مقدمة فى

الإحصاء الوصفي

وتطبيقاتة فى بحوث الخدمة الإجتماعية

دكتور

محمد بهجت كشك

دكتور

سلمي محمود جمعة

تقديم

أ.د/ السيد عبد الحميد عطية

2013 - 2012







المكتب الجامعى الحديث
مساكن سوتير - أمام سيراميكا كليوبترا
عمارة (5) مدخل (2) - الأزاريطة - الإسكندرية
ت: 00203/4865277 فاكس: 00203/4843879



مقدمة فى
الإحصاء الوصفى
وتطبيقاته فى بحوث الخدمة الاجتماعية

دكتور
محمد بهجت كشك

دكتور
سلمى محمود جمعة

تقديم
أ.د. السيد عبد الحميد عطية

٢٠١٣





مقدمة

يعتبر علم الإحصاء من العلوم التى لا يقتصر دورها على مجال واحد من مجالات الحياة الإنسانية. فقد أصبح هذا العلم يشكل حجر الزاوية فى صياغة السياسات وترجمتها إلى خطط وبرامج للتنمية الشاملة الاجتماعية والاقتصادية والسياسة نتيجة ما يسهم به هذا العلم فى جمع الحقائق وتصنيفها وتلخيصها وعرضها وتحليلها واستخلاص النتائج منها.

هذا بالإضافة إلى الدور الذى يلعبه هذا العلم مع كافة العلوم الطبيعية والإنسانية، حيث يسهم هذا العلم بما يقدمه من قوانين ونظريات ومعادلات فى الوصول إلى الحقائق العلمية التى تشكل جوهر هذه العلوم.

وإذا كانت الخدمة الاجتماعية من المهن الحديثة التى لم يمض عليها قرناً من الزمان، كانت خلال فترة طويلة منه ومازالت تعتمد على ما توصلت إليه العلوم الإنسانية من حقائق تتعلق بالإنسان سواء فرد أو جماعة أو مجتمع وذلك لمساعدة هذا الإنسان فى صوره الثلاثة هذه، إلا أنها أدركت أنها فى حاجة إلى أن تكون لها معارفها العلمية الخاصة بها وكان ذلك بمثابة إشارة كبيرة إلى ضرورة أن تطلع الخدمة الاجتماعية إلى علم الإحصاء لكى تستند على قوانينه ونظرياته فى دراسة الظواهر التى تتعلق بمجالات ممارسة هذه المهنة والوصول إلى الحقائق العلمية التى أصبحت تشكل حقائق العلوم الإنسانية الإطار النظرى الذى يوجه ممارسة هذه المهنة، ويساعد فى تكوين النماذج التى يهتدى بها الأخصائى الاجتماعى عند عمله مع الأفراد والجماعات والمجتمعات.

لذلك فإننى أقدم هذا الكتاب فى الإحصاء لعل القارئ يجد فيه ما ينفعه فى حياته العلمية والعملية.

المؤلف / محمد بهجت كشك

تقديم

علم الاحصاء ليس مجرد مجموعة من البيانات لتى تزخر بها النشرات والتقارير أو المنشورة فى الصحف والتليفزيون أو ولكن علم الاحصاء هو الذى يعنى بجمع وتلخيص وتحليل وشرح الحقائق من خلال البيانات الاحصائية ، هذا الآسلوب جزء من الطرق العلمية التي تطبق فى جميع المجالات ومنها مجلات الخدمة الاجتماعية .

ومن هنا كان هذا العلم يبحث فى جمع وتسجيل الحقائق الخاصة بالظواهر العلمية المختلفة وتلخيصها بطريقة يسهل بها معرفة اتجاهات هذه الظواهر وعلاقتها بعضها بالبعض ويبحث أيضا فى دراسة هذه العلاقات والاتجاهات واستخدامها فى فهم طبيعة الظواهر ومعرفة القوانين التى تسير عليها .

ونأمل أن يجد القارئ ضالته فى هذا الكتاب الذى يركز أساسا على الاحصاء الوصفى ويقدم تمهيدا للاحصاء التحليلى فيما بعد .

أ. د. السيد عبد الحميد عطية

الفصل الأول

مقدمة عن علم الإحصاء



المقصود بعلم الإحصاء :

هو ذلك الفرع من العلوم الذى يختص بالطرق العلمية لجمع البيانات وتنظيمها وتلخيصها وعرضها وتحليلها وذلك للوصول إلى نتائج مقبولة وقرارات سليمة على ضوء هذا التحليل.

وهذا التعريف يؤكد على أن علم الإحصاء يبحث فى جمع وتسجيل الحقائق الخاصة بالظواهر المختلفة بطريقة يسهل معها معرفة اتجاهات هذه الظواهر وعلاقاتها بعضها بالبعض، بما يساعد على فهم طبيعة هذه الظواهر ومعرفة القوانين التى تسير عليها.

كما يؤكد هذا التعريف على أن علم الإحصاء من العلوم التى لا يقتصر استخدامها فى مجال بذاته بل أنه يستخدم فى جميع المجالات، فالاقتصادى يستخدمه لاختبار كفاءة أساليب الإنتاج المختلفة، ورجل الأعمال يستخدمه لاختبار تصميم أو تغليف المنتج بما يعظم المبيعات، والباحث الاجتماعى يستخدمه لتحليل نتائج متغير معين على برنامج تأهيلى، أو لتحليل نتائج متغير معين على جماعة معينة أو مجتمع معين، وعالم النفس يستخدمه لدراسة استجابات العمال لظروف العمل بالمصنع، والعالم السياسى يستخدمه للتنبؤ بأنماط التصويت، وهكذا يستخدم علم الإحصاء فى كافة مجالات الحياة الإنسانية.

وتبرز أهمية علم الإحصاء فى أنه يساعد فى عملية اتخاذ القرارات حيث يمكن عن طريق هذا العلم التوصل إلى الحقائق التى تشكل الأساس الضرورى فى اتخاذ القرارات قريبة من الرشد إن لم تكن بالفعل قرارات رشيدة.

وجدير بالذكر أن نفرق بين علم الإحصاء والبيانات الإحصائية، حيث يخلط البعض بينهما فالبيانات الإحصائية التى تنشرها الصحف أو يقدمها التليفزيون عن الأنشطة الإنسانية، ومنها بيانات عن السكان والإنتاج والمساكن رغم أهميتها إلا أنها ليست المقصودة بعلم الإحصاء، وهذه البيانات قد تكون أحد نواتج استخدامات علم الإحصاء، حيث أن هذا العلم يهتم بجمع البيانات وتلخيصها وتحليلها وشرحها بإستخدام مجموعة من الطرق الإحصائية.

وينقسم علم الإحصاء إلى قسمين الإحصاء الوصفى Descriptive Statistics ، والإحصاء التحليلى أو الاستدلالى Inductive Statistics حيث يختص الإحصاء الوصفى بتلخيص وتوصيف مجموعة من البيانات، بغرض إظهار خصائصها المميزة، بينما يختص الإحصاء التحليلى أو الاستدلالى بالوصول إلى تعميم عن خواص الكل (المجتمع) من خلال فحص جزء من هذا الكل (العينة) ولكى يكون هذا التعميم صحيحاً فإن العينة يجب أن تكون ممثلة للمجتمع، وأن يتم تحديد احتمال الخطأ فى هذا التعميم، ويشمل الإحصاء التحليلى عمليات التقدير وإختبار الفروض.

والسؤال الذى يطرح نفسه أيهما أكثر أهمية فى الوقت الحاضر الإحصاء الوصفى أم الإحصاء الإستدلالى؟

والإجابة على هذا السؤال تتمثل فى أن الإحصاء كعلم بدأ كعلم وصفى بحت ولكنه تطور بعد ذلك إلى أن أصبح أداة قوية لاتخاذ القرارات مع نمو فرع الاستدلال منه، وأصبح التحليل الإحصائى ينصب أساساً على الإحصاء الاستدلالى، ومع ذلك ظل للإحصاء الوصفى أهمية حيث يمكن عن طريقه تلخيص ووصف البيانات باستخدام جداول ورسوم بيانية سواء كانت هذه المجموعة من البيانات مأخوذة من عينة أو مأخوذة من المجتمع ككل.

نبذة عن نشأة علم الإحصاء وتطوره:

نشأ علم الإحصاء فى العصور الوسطى من خلال اهتمام الدولة بعمليات العد التى كانت تجريها للتعرف على قدراتها البشرية والمادية حتى تتمكن من تكوين جيش قوى يستطيع الدفاع عن حدودها إذا وقع عليها إعتداء من إحدى الدول الأخرى أو إذا قامت هى بالهجوم على دولة أخرى طمعاً فى التوسع والثروة، كذلك اهتمت الدولة بحصر ثروات الأفراد حتى تتمكن من فرض الضرائب وتجميع الأموال اللازمة لتمويل الجيش وإدارة شئون البلاد. وبذلك نشأ هذا العلم ليخدم أغراض الدولة.

وقد بدأ علم الإحصاء بجمع البيانات وتدوينها فى سجلات للإهتداء بها فى تصريف شئون الدولة، وكان هذا التسجيل فى بداية الأمر يتم بطريقة وصفية دون الإلتجاء إلى الأرقام للدلالة على ما يجمع من معلومات، ونظراً لأن هذا الوصف لا يضع تحديداً دقيقاً للظاهرة ولا يساعد فى مقارنة ظاهرتين ببعضهما البعض، لذلك فقد ظهرت الحاجة إلى استخدام الطرق الرقمية، وبذلك بدأت تخضع الظواهر للقياس الكمى والتعبير عن ذلك بأعداد حسابية مما ساعد الباحثين على عرض هذه الحقائق، وبذلك لم يعد علم الإحصاء يقتصر فقط على جمع البيانات بل اهتم أيضاً بعرض هذه البيانات ثم بدأ يتسع نطاقه ليشمل أيضاً عملية التحليل لهذه البيانات بهدف الوصول إلى نتائج واتخاذ القرارات وساعد فى تطور علم الإحصاء ظهور بعض النظريات مثل نظرية الاحتمالات، وبعد أن كان قاصراً على خدمة شئون الدولة إمتد مجال استخدامه ليشمل مختلف المجالات فى فروع العلم المختلفة.

ومن خلال هذا التطور يمكن تحديد أهداف علم الإحصاء فى ثلاثة أهداف أساسية:

- جمع البيانات عن الظاهرة محل الدراسة بطريقة علمية.
- عرض هذه البيانات باستخدام الأساليب الإحصائية المختلفة بعد تبويبها وتصنيفها ويتم هذا العرض بإستخدام الجداول أو الرسوم البيانية.
- تحليل البيانات بهدف التوصل إلى التنبؤ واتخاذ القرارات سواء التى تتعلق برسم السياسات أو وضع الخطط والبرامج المختلفة لهذه السياسات.

المتغيرات وأنواعها:

تعتبر المتغيرات هى الجزء الأساسى الذى يتعامل معه الأخصائى، فالبيانات الإحصائية التى يقوم الباحث بجمعها تشير إلى مقدار ما فى الشىء أو الفرد من خاصية، فإذا إختلفت هذه الخاصية عند أفراد مجموعة معينة كماً أو نوعاً نقول بأن هذه الخاصية هى المتغير، وأن البيانات المسجلة عن تغير الظاهرة هى القيمة التى يأخذها هذا المتغير، فالأطوال الخاصة بمجموعة من التلاميذ فى مدرسة ما متغير والأعمار الخاصة بهذه المجموعة أيضاً متغير، وأن القيمة المسجلة عن أطوال التلاميذ أو أعمارهم هى قيمة هذه المتغيرات فإذا رمزنا لطول التلميذ بالرمز (س) وكان قيمة س تختلف من تلميذ إلى آخر فإن (س) هى متغير، أما إذا كان الأفراد متساوين كماً أو متشابهين نوعاً بالنسبة لخاصية معينة فإن هذه الخاصية هى الثابت، فإذا أردنا معرفة تحصيل الطلاب فى مرحلة دراسية معينة فإن التحصيل الدراسى هو المتغير، وأن المرحلة الدراسية أو الفرقة الدراسية التى ينتمى إليها هؤلاء الطلاب هى الثابت، ويذهب البعض فى توضيح العلاقة بين المتغير والثابت فى أن المتغير الذى يأخذ قيمة واحدة يطلق عليه اسم ثابت ولا تحتاج دراسة إحصائية.

تصنيف المتغيرات الإحصائية :

للمتغيرات الإحصائية أكثر من تصنيف ومنها :

١- المتغيرات الكمية والمتغيرات النوعية :

يرتكز هذا التصنيف على مدلول القيمة المختلفة للخاصية المقاسة، فإذا كانت هذه القيمة تشير إلى مقدار ما في الفرد من خاصية مقارناً بأفراد مجموعته، فإن هذه القيمة تحمل معنى كمياً وأن المتغير متغير كمي أو رقمي، وإذا كانت القيمة لا تعبر عن مقدار الخاصية عند فرد معين وإنما تعبر فقط عما إذا كان يمتلك تلك الخاصية أم لا، أو أنها تشير إلى فئة أو مجموعة مثل الجنس، المرحلة الدراسية، اللون، فإن هذه المتغيرات متغيرات نوعية لأنها تأخذ قيماً وصفية أو غير رقمية.

والمتغيرات الكمية تصنف إلى نوعين إما متغيرات كمية متصلة، أو متغيرات كمية منفصلة فالمتغير الكمي المتصل (المستمر) Continuous هو المتغير الذي يأخذ أي قيمة في مدى معين وضمن الدقة التي يبقى عند حدها الأقصى القياس صادقاً، فالأطوال والأوزان، والأعمار كلها تعتبر متغيرات كمية متصلة لأننا فيها جميعاً نحصل على قيمة هذه المتغيرات بالقياس بمقياس مستمر.

أما النوع الثاني من المتغيرات الكمية هو المتغير الكمي المنفصل أو المتقطع Discrete Variable ، ويطلق على المتغيرات التي تخضع القيم التي تأخذها هذه المتغيرات للعد وليس للقياس، مثل عدد الطلبة في الشعب الدراسية، وعدد أفراد الأسرة، وعدد الغرف في المسكن.

٢- المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة :

تصنف المتغيرات بهذه الصورة على أساس العلاقة بين المتغيـرين، هذه العلاقة تمكن الأخصائى من التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين (التغير التابع) من معرفته لقيمة المتغير الآخر وهو المتغير المستقل، فإذا أراد الباحث أن يبحث عن أثر التفكك أو التصدع الأسرى فى انحراف الأحداث، فإن التفكك الأسرى هو المتغير المستقل وأن الانحراف هو المتغير التابع، حيث يتوقع الباحث أن يكون هناك تغير فى انحراف الأحداث بتغير عدد حالات التفكك الأسرى.

٢-١ المتغيرات Variables (Scales):

المتغيرات إما إحصائية او عشوائية، فالمتغير الإحصائى يمثل القـيم التى تأخذها ظاهرة ما، فى حين أن المتغير العشوائى هو ظـاهرة نوعيـة أو كمية لا يمكن التنبؤ بها بشكل مسبق وتقترن بقيم احتمالية.

ويمكن تصنيف المتغيرات حسب أنواعها إلى أربعة أقـسام، فمتغيـر الجنس مثلاً لا يشبه من حيث النوع متغير العمر والذى لا يشبه درجة الاعتقاد بموضوع معين، وأنواع المتغيرات هى:

١-٢-١ المتغيرات الأسمية (Nominal Variables) :

هى تلك المتغيرات التى لها عدد فئات محدد من دون أى وزن لهـذه الفئات، إذ يمكن فقط تصنيف أفراد المجتمع إلى هـذه الفئـات دون أفـضلية لأحداهما على الأخرى، فمثلاً متغير الجنس يصنف أفراد المجتمع إلى فئتين: الذكور والإناث، كذلك متغير المحافظة الذى من خلاله يمكن تصنيف أفـراد المجتمع إلى عدد من الفئات كل منها يمثل محافظة معينة. ونحن فى معظـم الأحيان نعطى أرقاماً لتدل على هذه الفئات، إلا أن هـذه الأرقـام لا تعطـى

المعنى الحقيقى للرقم. فمثلاً إذا رمزنا للذكور بالرقم (١) والإناث بالرقم (٢) فإن الرقمين لا يعطيان المعنى الحقيقى لهذه الأرقام، وبذلك لا يمكن إجراء العمليات الحسابية من جمع وطرح وضرب وقسمة على مثل هذه المتغيرات.

١-٢-٢ المتغيرات الترتيبية (Ordinal Variables) :

المتغير الترتيبى هو متغير ذو عدد محدد من الفئات يمكن ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً، ولكن لا يمكن تحديد الفروق بدقة بين قيم الأفراد المختلفة، مثلاً كبير، وسط، صغير هى ثلاث إجابات محتملة تستخدم لوصف الحجم النسبى لشيء ما، ونقول إن A أكبر من B ولكن لا نستطيع تحديد كم يكبر A عن B .

١-٢-٣ المتغيرات الفئوية (Interval Variables) :

إذا كنت تعفر أن علامى على فى مادة الرياضيات هى أكثر من علامة أحمد وأن علامة أحمد أكثر من علامة سالم فإننا نعرف هنا ترتيب الأفراد فقط، أما إذا عرفنا أن علامة على هى ٥٠ وكانت علامة أحمد ٤٠ وعلامة سالم ١٠، فإننا نستطيع معرفة الترتيب، كما نستطيع معرفة كم تزيد علامة على على علامة أحمد وكم تزيد علامة أحمد على علامة سالم. فالمتغيرات الفئوية هى تلك المتغيرات الكمية التى يمكن إجراء العمليات الحسابية على قيمها، فيمكن جمعها وطرحها وضربها وقسمتها دون ان تتأثر المسافة النسبية بين قيمتها، ويميز هذا المتغير من خلال قيمة الصفر التى لا تعنى عدم توافر تلك الصفة. فمثلاً إذا حصل سعيد على علامة صفر فى امتحان رياضيات فلا يعنى أن سعيداً لا يعرف شيئاً فى الرياضيات، وإذا قلنا أن درجة الحرارة تساوى صفراً فهذا لا يعنى عدم وجود درجة حرارة.

١-٢-٤ المتغيرات النسبية (Ratio Variables) :

هى متغيرات كمية (ليس لها فئات محددة) تـشبه إلـى حـد كبيـر المتغيرات الفئوية والفرق بينهما أن الصفر فى هذا النوع من المتغيرات يمثل عدم توفر الصفة، ومن أمثلة هذا النوع من المتغيرات: المتغيـرات الزمنيـة، فإذا قلنا أن الزمن يساوى صفراً فهذا يعنى أن لا زمن هنـاك. وإذا قلنـا أن المسافة تساوى صفراً فإن هذا يعنى عدم وجود مسافة، إذاً المتغيرات النسبية هى تلك المتغيرات الكمية التى يعكس الصفر فيها عدم توافر الصفة (المعنـى الحقيقى للصفر).

ملاحظة: يتم التعامل مع النوعين الأخيرين إحصائياً بالطريقة نفـسها ويطلق عليهما المتغيرات الكمية.

الفصل الثانى

جمع البيانات

Collection of Data



لعل من الأهمية بما كان أن يحدد الباحث نوع البيانات التى يرغب فى الحصول عليها فى الدراسة التى يقوم بها. لأن هذه الخطوة يترتب عليها العديد من الخطوات الأخرى التالية، فقد يكتشف الباحث أن هذه البيانات سبق لأحد الباحثين التوصل إليها، أو قد يكتشف بأن هذه البيانات من المتعذر الوصول إليها بسبب ما يحيطها من سرية الأمر الذى قد يجعله أن يعيد النظر تماماً فى دراسته، أما إذا لم تكن هذه البيانات قد توصل إليها باحثون آخرون أو لا توجد صعوبة فى الحصول عليها. فإن تحديد هذه البيانات يترتب عليه تحديد مصادرها أى المصادر التى يمكن أن يلجأ إليها الباحث للحصول عليها (أى المصادر التى توجد لديه هذه البيانات) ثم يحدد الطريقة أو الوسيلة التى يستخدمها من أجل الحصول عليها.

مصادر البيانات :

تنقسم مصادر البيانات إلى نوعين :

المصدر الأول: مصدر تاريخى (مصدر غير مباشر) وهى عبارة عن بيانات جاهزة للاستخدام ومدونة فى سجلات سابقة مثل الوثائق والمطبوعات المنشورة والبحوث والدراسات التى تصدرها الهيئات المختلفة. ويطلق على هذا المصدر مصدر غير مباشر لأن الباحث عند حصوله على هذه البيانات لا يتصل بالوحدات المبحوثة نفسها بل يحصل على هذه البيانات من هيئات أخرى نتيجة توفرها لدى هذه الهيئات، وينقسم هذا المصدر إلى نوعين: مصادر أولية، مصادر ثانوية ويقصد بالمصادر الأولية: أن هذه المصادر التى تتوفر لديها هذه البيانات وتقوم بنشرها هى نفس الجهة التى قامت بجمعها، مثال ذلك النشرات التى يصدرها الجهاز المركزى للتعبئة العامة والإحصاء حيث أن الجهاز هو الذى قام بجمع البيانات ثم قام بنشرها. أما المصادر

الثانوية: فهى المصادر التى قامت بنشر البيانات أو تتوفر لديها هذه البيانات إلا أن هذا المصدر أو هذه الهيئة ليست هى التى قامت بجمع البيانات مثلما تقوم الصحف والمجلات بنشر بيانات عن السكان أخذتها عن الجهاز المركزى للتعبئة العامة والإحصاء، ولاشك أن الباحث عليه أن يلجأ إلى المصادر الأولية بدلاً من المصادر الثانوية حتى لا تتعرض هذه البيانات للأخطاء نتيجة نقلها من مصدر إلى آخر.

المصدر الثانى: المصدر الميدانى (المصدر المباشر) وفيها يقوم الباحث بالاتصال بالوحدات المبحوثة للحصول على البيانات الموجودة لديها والتى تتعلق بالظاهرة التى يقوم الباحث بدراستها حيث يقوم الباحث بتوجيه أسئلة إلى هذه الوحدات المبحوثة للحصول على البيانات أو عن طريق مشاهدة هذه الوحدات مشاهدة مباشرة أو باستخدام الطريقتين معاً. ونظراً لأهمية المصدر الثانى فى الحصول على البيانات سوف نتناول أسلوب جمع البيانات وطرق جمع البيانات من هذا المصدر:

أ- أسلوب جمع البيانات :

هناك أسلوبان لجمع البيانات :

أ- أسلوب الحصر الشامل. ب- أسلوب المعاينة (العينة).

أ- أسلوب الحصر الشامل :

وبهذا الأسلوب يقوم الباحث بجمع البيانات من جميع مفردات المجتمع (جميع المفردات التى نريد معرفة حقائق عنها) وهذا الأسلوب يستخدم فى التعدادات كما تستخدم فى بعض الحالات التى يكون الباحث جاهلاً تماماً بطبيعة أفراد البحث فإذا أردنا مثلاً دراسة ظاهرة التدخين باستخدام الحصر الشامل فيجب على الباحث أن يتصل بجميع الأشخاص المدخنين فى المدينة

مجال البحث ولهذا الأسلوب مميزات كما أنه له بعض العيوب، ومن مميزات هذا الأسلوب أنه يعطي نتائج كاملة ودقيقة عن الظاهرة محل الدراسة بالإضافة إلى أنها لا تحتوى على أخطاء عشوائية وهى التى ترتبط باستخدام أسلوب المعاينة، ومن أهم عيوب هذا الأسلوب أنه يستغرق وقتاً طويلاً في الحصول على البيانات مما يقلل من قيمة البحث، كما أن هذا الأسلوب يتطلب نفقات عالية قد لا يقوى عليها القائم بالبحث سواء كان فرداً أو هيئة حتى أن الدول لا تقوى على إجراء التعداد السكانى إلا كل عشر سنوات، كما أن استخدام أسلوب الحصر الشامل يصبح مستحيلاً فى حالة المجتمعات غير المحدودة أو إذا كان استخدامه يؤدى إلى تدمير الوحدات المدروسة مثلما يحدث فى مراقبة جودة الإنتاج.

ب- أسلوب المعاينة (العينة):

هو الأسلوب الذى يستطيع الباحث عن طريقه من الحصول على البيانات التى تتعلق بظاهرة معينة باستخدام جزء من مجتمع البحث بدلاً من الحصول على هذه البيانات من جميع مفردات المجتمع، ثم يقوم الباحث بعد الحصول على البيانات من جزء من المجتمع (عينة) بتعميم النتائج التى حصل عليها على المجتمع ككل.

فمثلاً لو أردنا دراسة ظاهرة مشكلات شباب الجامعة باستخدام العينة فإننا نقوم باختيار جزء من شباب الجامعة ثم نجمع البيانات التى تتعلق بالظاهرة من هذا الجزء، وباستخدام الطرق والأساليب الإحصائية يمكن تعميم النتائج التى تم التوصل إليها من العينة على المجتمع ككل. ولكى يتمكن الباحث من تعميم النتائج أن يراعى شروطاً معينة عند إختيار هذا الجزء (العينة) بحيث تكون ممثلة للمجتمع تمثيلاً صادقاً.

وتستخدم العينة فى البحوث بشكل كبير نظراً لأنها تتمتع ببعض المميزات التى لا تتوافر فى أسلوب الحصر الشامل، مثل توفير الوقت والجهد والنفقات، ومع ذلك فهى لا تخلو من العيوب مثل أنها لا تعطى نتائج مطابقة للنتائج التى يصل إليها الباحث عن طريق الحصر الشامل، بالإضافة إلى الخطأ الذى ينتج من عملية تعميم النتائج.

أنواع العينات:

لكى نحصل على أو نختار عينة واستخدامها فى التعرف على خصائص المجتمع المحسوبة منه يجب أن تكون العينة مختارة بعناية لتمثيل المجتمع أحسن تمثيل ممكن وتعطينا تقديرات ذات دقة معينة بأقل تكاليف ممكنة أو بأقصى دقة مع تكاليف محددة، لذلك فإن هناك أكثر من طريقة للمعاينة، ويمكن تقسيم طرق المعاينة إلى نوعين:

١- المعاينة الاحتمالية Probability Sampling:

وفيها يتم إختيار العينة على أساس ما يسمى بقانون الاحتمالات، وبهذه الطريقة نحصل على العينة بواسطة سحب وحدات بالتتابع كل منها له احتمال معروف فى الاختيار فى السحبة الأولى وفى أى سحبة تالية يكون احتمال اختيار أى وحدة من الوحدات الممكنة فى هذه السحبة إما متناسب مع احتمال اختيارها فى السحبة الأولى أو مستقلاً عنها تماماً، حيث أن السحبات المتتالية فى عينة احتمالية قد تكون بإرجاع الوحدات المختارة فى السحبات السابقة ويسمى المعاينة مع الإرجاع With Replacement أو بدون إرجاع الوحدات المختارة ويسمى المعاينة بدون إرجاع Without Replacement.

وأهم ما يميز هذه المعاينة الاحتمالية هو عدم تدخل الباحث فى اختيار مفردات العينة، كما يمكن حساب أخطاء المعاينة وقيمة التحيز إن وجد، وللعينات الاحتمالية أنواع مختلفة منها:

أ- *العينة العشوائية البسيطة* **Simple Random Sample**:

وهذا النوع من العينات يعتبر أبسط أنواع العينات حيث أن الشرط الوحيد الواجب مراعاته فى إختيارها هو تكافؤ الفرص أى أن يتم اختيار العينة بطريقة تضمن إعطاء فرصة متكافئة لجميع مفردات المجتمع للظهور أو المثول فى العينة، وهناك طريقتان تستخدمان فى العينة العشوائية البسيطة: طريقة الوعاء أو الكيس المثالى حيث يتم كتابة أسماء جميع وحدات أو مفردات المجتمع أو أرقامها على بطاقات متشابهة أو متماثلة ثم تطوى هذه البطاقات وتوضع فى وعاء بعد خلطها مع بعضها البعض خلطاً جيداً ثم يتم السحب من هذا الوعاء إما بإرجاع أو بدون إرجاع وذلك عن طريق شخص معصوب العينين.

والطريقة الثانية هى طريقة الجداول العشوائية، حيث تحتوى هذه الجداول على أعداد عشوائية، وعادة تقسم الصفحة إلى مجموعات من خمسة أعمدة لكل مجموعة وكل عمود يتكون من رقمين ويمكن قراءة الجداول فى أى إتجاه ويجب أن يتم اختيار نقطة بداية القراءة عشوائياً. وعند استخدام هذه الجداول يجب مراعاة معرفة عدد مفردات المجتمع وحجم العينة المراد اختيارها، ثم يقوم الباحث بترقيم مفردات المجتمع بدءاً برقم واحد وانتهاء بالحجم الكلى لهذه المفردات، فإذا كان لدينا مجتمعاً مكوناً من ٤٠٠٠ مفردة والمطلوب إختيار عينة حجمها ٤٠٠ مفردة، فإننا نقوم أولاً بإعداد قائمة بمفردات المجتمع من رقم (١) حتى رقم ٤٠٠٠، ثم تحدد بداية القراءة عشوائياً ثم تستخدم العمود الذى تقع فيه نقطة البداية، بحيث يكون كل عدد مكون من أربع خانات أى أن يكون عدد الخانات مساوياً لعدد مفردات المجتمع. حتى يتيح الفرص المتكاملة لظهور كل مفردة فى العينة ثم تشرع فى تحديد أرقام مفردات العينة رأسياً أو أفقياً، حتى يتم اختيار مفردات العينة وأثناء عملية اختيار مفردات العينة قد نحصل على عدد سبق أن حصلنا عليه،

وفى هذه الحالة نستبعد العدد الثانى كما نستبعد العدد (......) إذا ظهر لنا فى الجدول العشوائى حيث أنه لا يمثل مفرد من مفردات المجتمع، كمـا نـستبعد العدد إذا زاد عن الحجم الكلى لمفردات المجتمع فإذا ظهر الـرقم ٤٠٠٠١ أو أكثر فهذه الأرقام ليس لها وجود فى مفردات المجتمع لذلك يتم استبعادها.

ب- *العينة العشوائية الطبقية* Stratified Random Sample :

إذا كان مجتمع البحث مكون من فئات أو طبقات أو مجموعات غيـر متجانسة فإن استخدام العينة العشوائية البسيطة قد تؤدى إلى أن تكون العينـة التى يقع عليها الاختيار أو يتم سحبها من فئة واحدة أو طبقة واحدة.

وفى هذه الحالة تصبح العينة غير ممثلة للمجتمع الذى إختيرت منه تمثيلاً صحيحاً رغم أن إختيارها تم بطريقة عشوائية، لذلك فإن هذه الحالة تقتـضى استخدام طريقة أخرى وهى العينة العشوائية الطبقية، وذلك بأن نقسم المجتمع إلى أقسام كل قسم منها يكون متجانساً، وتسمى الأقسام التى ينقسم إليها المجتمع بالطبقات Strata ثم نقوم بإعداد إطار لكل قسم أو طبقة من الطبقات ثم نختار من كل طبقة أو قسم جزء من العينة يتناسب مع حجم الطبقة إلى حجم المجتمع ككل وبذلك نتأكد من أن العينة تمثل المجتمع تمثيلاً صحيحاً، بحيث يعكس عدم التجانس داخل العينة عدم التجانس داخل المجتمع ككل.

فإذا كان لدينا مجتمعاً حجمه ٥٠٠ مفردة ونريد اختيار عينة حجمهـا ٥٠ مفردة، فإذا كان هذا المجتمع غير متجانس كأن يتألف من ذكور وإناث أو مستويات تعليمية مختلفة أو يختلف أفراد المجتمع، من حيث التركيب العمرى لذلك ينبغى إختيار صفة معينة ونقسم المجتمع إلى أقسام طبقاً لهذه الصفة مثال المستوى التعليمى، ففى هذه الحالة يتألف المجتمع من ثلاث فئات أو طبقـات فئة الأميين، وفئة المتعلمين تعليم متوسط، وفئة المتعلمين تعليماً عالياً، ثم نحدد حجم كل طبقة أو فئة من هذه الفئات ونعد قائمة لكل طبقة تضم مفردات هـذه

الطبقة ثم نختار أو نسحب من كل طبقة عينة عشوائية ذات حجم معين، وتوزيع العينة على الطبقات المختلفة إما أن يكون توزيعاً متساوياً، أو توزيعاً متناسباً، أو توزيعاً أمثل، ولكل منها خصائصه.

جـ- العينة المنظمة Systematic Sample :

الفكرة الأساسية لهذا النوع من العينات هى استعمال قائمة بأسماء وحدات أو مفردات المجتمع وإختيار وحدات العينة بحيث يراعى فى الاختيار أن تكون المسافة بين أى وحدة من وحدات العينة والوحدة اللاحقة لها فى العينة ثابتة لجميع وحدات العينة على أن تختار الوحدة الأولى إختياراً عشوائياً من بين عدد معين من المفردات الأولى من القائمة ونظراً لأن تساوى الفترات فى اختيار العينة المنتظمة هى خاصية أساسية فإن هذا النوع من العينات يطلق عليه بالعينة ذات الفترات المتساوية.

ومن أمثلة تطبيق هذه الطريقة فإننا نفترض أن لدينا مجتمعاً مكوناً من ٤٠٠ مفردة ونريد إختيار عينة منه حجمها ٤٠ مفردة، فإذا قسمنا حجم المجتمع على حجم العينة نستطيع أن نحدد طول الفترة من كل مفردة وأخرى.

طول الفترة = $\frac{٤٠٠}{٤٠}$ = ١٠ أى أن الفرق بين رقم كل مفردة ورقم المفردة التى تليها هو ١٠ وهذا يتطلب إعداد قائمة تضم أسماء مفردات المجتمع ويعطى لكل مفردة رقم يدل على اسم هذه المفردة، ثم نقوم بتحديد رقم المفردة الأولى عشوائياً وذلك بأن نختار رقماً عشوائياً يقع بين ١، ١٠ وليكن هذا الرقم الذى تم إختياره عشوائياً هو الرقم ٤ فيصبح هذا الرقم هو المفردة الأولى التى تم إختيارها، فإذا أضفنا إلى هذا الرقم ١٠ (طول الفترة) يصبح رقم المفردة التالية هو ٤ + ١٠ = ١٤ ورقم المفردة التالية ٢٤ وهكذا حتى نصل إلى رقم المفردة الأخيرة هى ٣٩٤.

وتسمى هذه العينة بالعينة المنتظمة وفيها العنصر الأول يحدد العينــة كلها، ونظراً لأن هذه الطريقة تعطى عينة ذات مسافات متساوية بين العناصر ولهذا فمن المتوقع أن تعطى تقديراً أدق لمتوسط المجتمع مما لو استخدمنا عينة عشوائية، وهذه العينة واسعة الانتشار وكثيرة الاستعمال فى التطبيقات العملية لقلة تكاليفها وقلة الأخطاء التى ترتكب فى إختيار مفردات العينة فــضلاً عــن سهولة إجرائها حيث أنها أسهل من أنواع العينات الأخرى، كما أنها تقلل مـــن خطأ الصدفة فى أغلب الأحيان إلا أن من أهم عيوب العينة المنتظمة هو عــدم صلاحيتها إذا كانت هناك علاقة دورية مع ترتيب العناصر فى القائمة وكـــان طول الفترة بين عناصر العينة مساوياً لطول الدورة أو إحدى مضاعفاتها.

د- *العينة المتعددة المراحل (العينة العنقودية)*:

فى الأنواع السابقة وخاصة العينة العشوائية البسيطة والعينة المنتظمة، كانت العينة يتم اختيارها بطريقة مباشرة وفى مرحلة واحدة، حيث يتم اختيار مفردات العينة من المجموع الكلى لمفردات المجتمع، أما فى هذا النوع مـــن العينات يقسم المجتمع أولاً إلى مجموعات من الوحدات تسمى وحدات ابتدائية نختار من بينها عينة وهذه هى المرحلة الأولى ثـــم يعـــاد تقـــسيم الوحـــدات الابتدائية فى العينة التى أختيرت إلى وحدات ثانوية نختار من بينهـــا عينـــة جديدة، وتشكل هذه المرحلة الثانية وقد نستخدم أكثر من مرحلتين فى إختيـــار العينة، فإذا أردنا دراسة مشكلات الفلاح المصرى فإننا نقوم بتحديد المحافظات الريفية فى الوجه البحرى والقبلى ثم نختار إحدى محافظات الوجه البحـــرى، وإحدى محافظات الوجه القبلى بالطريقة العشوائية البسيطة وهذه هى الدرجـــة الأولى، ثم نختار من كل محافظة من المحافظتين مركز، وهذه هى المرحلـــة الثانية، ثم نختار قرية أو قريتين من كل مركز وهذه هى المرحلة الثالثة، ثـــم نختار مجموعة من الفلاحين من كل قرية وهذه هى المرحلة الرابعة والأخيرة،

ومن الواضح أن الغرض الرئيسى من اتباع هذه الطريقة هو تسهيل العمل إدارياً ومادياً وذلك بتركيزه فى أجزاء معينة من المجتمع الذى أختيرت فى المرحلة النهائية من مراحل المعاينة، ولذلك فإنها توفر كثيراً من الجهد والوقت والنفقات.

٢- *العينات غير الاحتمالية* **Non - Probability Samoles**:

ويطلق عليها البعض بالعينات غير العشوائية، وتسمى بالعينات غير الاحتمالية لأنها لا تعتمد على استخدام قوانين الاحتمالات، حيث يحدد الباحث أو يعين خصائص وصفات معينة ويترك لجامع البيانات حرية إختيار مفردات العينة التى تتوافر فيها هذه الخصائص وهناك أنواع من العينات غير الاحتمالية منها:

أ- *العينة العمدية*:

وفيها يعمد الباحث إلى اختيار مفردات عينة بحيث يكون لها شروط معينة يرى أنها تمثل الخاصية التى يبحثها فى المجتمع، كأن يعمد الباحث إلى اختيار قرية واحدة تمثل المجتمع الريفى المصرى، على افتراض أن هذه القرية تتضمن خصائص مختلف القرى فى المجتمع المصرى.

ب- *العينة الحصصية*:

وفيها يقوم الباحث بتقسيم المجتمع موضوع الدراسة إلى طبقات أو فئات بالنسبة إلى صفات أو خصائص معينة ثم يعمل على تمثيل كل فئة منها فى العينة بنسبة وجودها فى المجتمع الأصلى، ثم يترك الباحث لجامعى البيانات حرية إختيار المفردات المطلوبة (الحصة) فى حدود هذه المواصفات الموضوعة لكل فئة أو طبقة فإذا كان حجم العينة ١٠٠ مفرد فقد يرى الباحث من الأهمية جمع البيانات من فئات مختلفة على أساس السن أو محل الإقامة،

أو النوع، أو المهنة. كأن يحدد أن تكون ٣٠ مفردة من الطلبة الذكور، ٢٠ من الطالبات الإناث، و٣٠ من الذكور حديثى التخرج، ٢٠ من الإناث حديثات التخرج، ويترك الباحث الحرية لجامعى البيانات فى اختيار مفردات كل حصة التى يحصلون منها على البيانات طالما تنطبق عليهم شروط الحصة. ولاشك أن هذه الطريقة قد تبدو فى ظاهرها أنها مماثلة للعينة الطبقية العشوائية إلا أن الاختلاف الأساسى بينهما هو أن اختيار المفردات فى العينة الطبقية العشوائية يتم عشوائياً ولا يترك لجامعى البيانات حرية التدخل فى اختيار المفردات بخلاف العينة الحصصية التى يترك لجامعى البيانات هذه الحرية مما قد يترتب عليه تحيز الباحث فى إختيار المفردات.

طرق جمع البيانات:

هناك عدداً من الطرق التى يستخدمها الباحث فى جمع البيانات عن الظاهرة التى يقوم بدراستها ومن هذه الطرق:

- طريقة الملاحظة:

وتعرف الملاحظة بأنها المشاهدة الدقيقة لظاهرة ما، مع الاستعانة بأساليب البحث والدراسة التى تتلاءم مع طبيعة هذه الظاهرة، وعن طريق الملاحظة يقوم الباحث بتتبع سلوك المبحوثين ويسجل كل ملاحظاته بأمانة ودقة، دون التدخل برأيه الخاص فيما يلاحظه من سلوك حتى لا تتأثر البيانات بذاتية الباحث، ولكى تكون هذه الملاحظة ملاحظة منتظمة يجب التخطيط لها بدقة وهناك بعض الأسس التى يجب مراعاتها عند استخدام طريقة الملاحظة المنتظمة:

- تحديد عدد الأفراد الذين سيقوم الباحث بملاحظة سلوكهم (من الذى سنلاحظهم؟).

- تحديد نوع السلوك موضع الدراسة تحديد دقيقاً (ما هو السلوك الذى تنصب عليه الملاحظة؟).
- تحديد التوقيت الزمنى للملاحظة (متى تجرى هذه الملاحظة) والمدة التى تستغرقها؟
- من الذى سيقوم بالملاحظة بحيث يتم تدريبهم على الملاحظة؟
- أن تتم الملاحظة بصورة غير مباشرة وهذا يعنى أن لا يشعر المبحوثون بأنهم موضع ملاحظة حتى لا يؤثر ذلك على سلوكهم.
- أن تسجل الملاحظات التى يقوم بها الباحث بصورة واضحة ودقيقة.

- طريقة المقابلة الشخصية :

لاشك أن كمية وشكل المعلومات التى يمكن للباحث الحصول عليها بالملاحظة غالباً ما تكون محدودة أو غير كافية، أو أن هناك صعوبات تعوق استخدام طريقة الملاحظة لذلك فإن هناك قدر كبير من البيانات أو المعلومات يمكن الحصول عليها عن طريق سؤال المبحوثين الذين لديهم هذه البيانات ولذلك تعتبر المقابلة الشخصية من أهم طرق جمع البيانات وأكثرها استخداماً حيث يقوم الباحث بالإتصال المباشر بوحدات المبحوثين وحدة تلو الأخرى، ويوجه إليه الأسئلة سؤالاً بعد الآخر حسب ترتيبها فى كشف البحث Schedule المعد لذلك الغرض ثم يقوم الباحث بتسجيل كل إجابة فى المكان المخصص لها فى كشف البحث، ولطريقة المقابلة الشخصية مميزات من أبرزها أنها تتناسب مع مجتمعات البحث التى ترتفع فيها نسبة الأمية، وتتيح الفرصة للباحث لإزالة أى غموض أو لبث فى الأسئلة التى يتضمنها كشف البحث وبذلك يحقق درجة عالية من الدقة فى جمع البيانات، ويستطيع أن يتأكد من صحة البيانات التى يحصل عليها، كما أنها تتيح الفرصة للباحث للحصول

على معلومات تفصيلية، ومع ذلك يؤخذ عليها أنها تحتاج إلى عدد كبير من الباحثين خاصة إذا كان حجم العينة كبيراً، ويشكل ذلك صعوبة في إختيار هؤلاء الباحثين وتدريبهم بالإضافة إلى أنها بالطبع تكون كثيرة التكاليف، كما أن هذه الطريقة قد ينتج عنها خطأ بسبب تحيز الباحث خاصة إذا كان الباحث متحيزاً لفكرة معينة قد تؤثر على إجابات المبحوثين.

صحيفة الاستبيان Questionnaire :

حيث يعرف الاستبيان بأنه سلسلة من الأسئلة أو المواقف التى تتضمن بضع الموضوعات النفسية أو الاجتماعية أو التربوية أو البيئات الشخصية، وفى الاستبيان يقوم المبحوث بملئ صحيفة الاستبيان لهذا الغرض، وتسلم صحيفة الاستبيان إلى المبحوث أما عن طريق الباحث أو من ينوب عنه أو أن ترسل الصحيفة إلى المبحوث عن طريق البريد، أو عن طريق الصحف ثم يطلب من المبحوث الإجابة على الأسئلة التى تتضمنها الصحيفة وإعادتها إلى للباحث أو الهيئة القائمة بالبحث.

وهناك مجموعة من الاعتبارات التى يجب على الباحث مراعاتها عند تصميم استمارة البحث:

١- تحديد أهداف الاستبيان بدقة وعلى ضوء ذلك يقوم بتحديد أى المعلومات أو البيانات اللازم الحصول عليها لتحقيق هذا الهدف، والبعد عن أية بيانات لا جدوى منها.

٢- أن تكون الاستمارة قصيرة قدر الإمكان لأن تطويل الاستبيان غير مرغوب فيه.

٣- أن تكون الأسئلة واضحة لا لبث فيها ولا غموض.

٤- يجب أن لا تتضمن أسئلة ألغاز أو تصاغ الأسئلة بصورة يفهمها المبحوث.

٥- البعد عن الأسئلة المحرجة.

٦- أن لا تتطلب الأسئلة تفكيراص عميقاً أو عمليات حسابية معقدة.

٧- البعد عن الأسئلة الإيحائية.

وجدير بالذكر أنه بعد إعداد الاستمارة بعناية وعرضها على بعض المحكمين أن تخضع الاستمارة للاختبار عن طريق إختيار مجموعة من المبحوثين متماثلين مع العينة التى ستجرى الدراسة عليها ثم تجرب عليهم الاستمارة، ثم إدخال التعديلات على الاستمارة فى ضوء ما يسفر عنه تجريبها على هذه المجموعة الصغيرة.

وفيما يلى مثال لصحيفة استبيان خاصة بدراسة المتغيرات الاجتماعية والاقتصادية التى تتعلق بانحراف الإحداث بمدينة الإسكندرية.

١- اسم الحدث ....

٢- السن :

٨- ( ) ١٠- ( ) ١٢- ( )

١٤- ( ) ١٦- ١٨ ( )

٣- النوع :

ذكر ( ) أنثى ( )

٤- منطقة الميلاد :

داخل الاسكندرية ( ) خارج الإسكندرية ( )

٥- محل الإقامة الحى الذى يقيم فيه الحدث : ....

٦- نوع التهمة :

سرقة ( ) قتل ( )

ضرب ( ) أخرى ( )

٧- السن الذى ارتكب فيه الحادث :

٨- ( ) ١٠- ( ) ١٢- ( )

١٤- ( ) ١٦- ١٨ ( )

٨- عدد المشتركين مع الحدث فى ارتكاب الحادث :

بمفرده ( ) واحد ( ) اثنان ( )

ثلاثة ( ) أربع فأكثر ( )

٩- المكان الذى ارتكب فيه الحادث :

منطقة الإقامة السكن ( ) خارج منطقة السكن ( )

١٠- العقوبة التى وقعت على الحدث :

التسليم للأسرة ( ) التسليم لأسرة بديلة ( )

الإيداع فى إحدى المؤسسات ( )

١١- هل سبق ارتكاب أفعالاً انحرافية :

نعم ( ) لا ( )

١٢- فى حالة نعم ما هى نوع هذه الأفعال :

سرقة ( ) قتل ( )

ضرب ( ) أخرى ( )

١٣- مستوى تعليم الحدث :

أمى ( ) يقرأ ويكتب ( )

أنهى التعليم الابتدائى ( ) أنهى التعليم الإعدادى ( )

أنهى التعليم الثانوى ( )

١٤- مستوى تعليم الأب :

أمى ( ) يقرأ ويكتب ( )

ابتدائى ( ) إعدادى ( )
ثانوى ( ) عالى ( )

١٥- مستوى تعليم الأم:

أمى ( ) يقرأ ويكتب ( )
ابتدائى ( ) إعدادى ( )
ثانوى ( ) عالى ( )

١٦- مهنة الأب :

موظف ( ) عامل ( )
أعمال حرة ( )

١٧- مهنة الأم :

ربة بيت ( ) موظفة ( )
عاملة ( ) أعمال حرة ( )

١٨- دخل الأسرة الشهرى :

-٥٠ ( ) -٧٥ ( ) -١٠٠ ( )
-١٢٥ ( ) -١٥٠ ( ) -١٧٥ ( )
٢٠٠ فأكثر ( )

١٩- عدد أفراد الأسرة :

٢- ٣ ( ) ٤- ٥ ( ) ٦- ٧ ( )
٨- ٩ ( ) ١٠- ١١ ( )

٢٠- عدد أخوة الحدث :

الأخوة الأشقاء ( ) أخوة غير أشقاء ( )

٢١- ترتيب الحدث من الأخوة :

الأول	( )	الثانى	( )	الثالث	( )
الأخير	( )	الوحيد	( )		

٢٢- مع من يعيش الحدث :

مع الأبوين	( )	مع الأبوين والأخوة	( )
مع الأب	( )	مع الأب والأخوة	( )
مع الأم	( )	مع الأم والأخوة	( )
مع أحد الأقارب	( )		

٢٣- الحالة الاجتماعية للأب :

أرمل	( )	مطلق	( )
متزوج بأم الحدث	( )	متزوج بأم الحدث وأخرى	( )
متزوج بأخرى فقط	( )	متزوج بأكثر من اثنين	( )

٢٤- الحالة الاجتماعية للأم :

أرملة	( )	مطلقة	( )
متزوجة بوالد الحدث	( )	متزوجة بغير والد الحدث	( )

٢٥- عدد حجرات المسكن :

حجرة واحدة	( )	حجرتان	( )
ثلاث	( )	أربع	( )
خمس	( )		

٢٦- الحالة الصحية للحدث :

سليم	( )	بعاهة جزئية	( )
بعاهة كلية	( )	أخرى	

٢٧- هل سبق لأحد أفراد الأسرة أو الأقارب ارتكاب فعلاً انحرافياً :

نعم ( ) لا ( )

٢٨- فى حالة نعم ما هى صلته بالحدث :

الأب ( ) الأم ( ) الأخ ( )

الخال ( ) العم ( )

٢٩- ما هو نوع الفعل الإنحرافى الذى سبق ارتكابه :

سرقة ( ) قتل ( )

ضرب ( ) أخرى ( )

٣٠- أين كان يقضى الحدث وقت فراغه ؟

داخل السكن ( ) خارج المسكن ( )

٣١- مع من كان يقضى وقت فراغه ؟

بمفرده ( ) مع أفراد الأسرة ( )

مع أصدقاء ( )

٣٢- كيف كان يقضى الحدث وقت فراغه ؟

مشاهدة أفلام السينما ( ) مشاهدة التليفزيون ( )

نشاط رياضى ( ) التجول فى الشارع ( )

الجلوس على المقهى والألعاب المسلية ( )



الفصل الثالث

تنظيم البيانات
وعرضها جدولياً وبيانياً



أولاً- تنظيم *البيانات* وعرضها جدولياً:

بعد أن يقوم الباحث بجمع البيانات من مصادرها، فإنها تكون غالباً فى صورة غير منتظمة الأمر الذى يجعل من الصعب دراستها فى صورتها الأولية بدون تنظيم، لذلك فقد دعت الحاجة إلى البحث عن أسلوب يعرض به الباحث هذه البيانات بطريقة سهلة، لذلك فإنه يبدأ فى تصنيفها أى تقسيمها إلى مجموعات متشابهة ويتوقف ذلك على الغرض من الدراسة، وبعد أن يحدد الباحث التقسيم أو التصنيف الذى يحدد دراسته فإنه يقوم بفرز الاستمارات حسب هذا التصنيف ويضع كل مفردة فى التصنيف الخاص بها ثم يعد مفردات كل قسم أو تصنيف على حدة فيحصل بذلك على الأرقام التى تظهر فى الجدول، وقد تستخدم الطريقة اليدوية أو الآلية فى عملية الفرز.

والبيانات الإحصائية يمكن تصنيفها إلى نوعين:

* بيانات وصفية (نوعية) Qualitative Data
* بيانات كمية Quantitive Data

• *البيانات* وصفية (نوعية) Qualitative Data :

وهى البيانات التى تتعلق بالصفات مثل الحالة التعليمية أو الحالة الزواجية أو تقديرات مجموعة من الأفراد فى أحد الامتحانات، وتحدد الصفات التى تشتمل عليها البيانات ثم تعد المفردات التى تنتمى إلى كل صفة من هذه الصفات وتوضع فى جدول تكرارى لهذا الغرض.

نفترض أن لدينا الحالة التعليمية لـ ٣٠ مفردة من مفردات أحد المجتمعات، وكانت على النحو التالى: يقرأ ويكتب - تعليم متوسط - أمى - تعليم عالى - أمى - يقرأ ويكتب - تعليم متوسط - يقرأ ويكتب - يقرأ ويكتب - تعليم متوسط - أمى - تعليم عالى - يقرأ ويكتب - أمى - تعليم

متوسط – أمى – يقرأ ويكتب – يقرأ ويكتب – تعليم متوسط – تعليم عالى – يقرأ ويكتب – تعليم متوسط – أمى – تعليم متوسط – يقرأ ويكتب – أمـــى – يقرأ ويكتب – تعليم عالى – تعليم متوسط – يقرأ ويكتب.

والبيانات السابقة بوضعها الحالى قد تجعل من الصعب التعرف علـــى الأفراد الذين لهم نفس الحالة التعليمية – مثل التعلـــيم العـــالى – أو التعلـــيم المتوسط. لذلك نرسم جدولاً من ثلاثة أعمدة نضع فى العمـــود الأول الحالـــة التعليمية (الصفة) ونضع فى العمود الثانى العلامات من خلال قراءة الحالـــة التعليمية لكل مفردة من المفردات، وتوضع علامة فى العمود الأوســـط أمـــام التقدير المناظر ولتكن فى صورة خط مائل ولتسهيل عملية العد نضع العلامة الخامسة فى صورة خط مائل فى الاتجاه المضاد يقطع الخطوط الأربع السابقة فنحصل على حزمة كل منهما خمس مفردات ثم نضع العدد أو التكـــرار فـــى العمود الثالث.

جدول تفريغ الحالة التعليمية لعدد ٣٠ مفردة

الحالة التعليمية	العلامات	عدد المفردات
أمى	~~////~~ //	٧
يقرأ ويكتب	~~////~~ ~~////~~ /	١١
تعليم متوسط	~~////~~ ///	٨
تعليم عالى	////	٤
المجموع		٣٠

ومن هذا الجدول نكون جدولاً آخر يسمى الجدول التكرارى أو جدول التوزيع التكرارى للبيانات الوصفية ويتكون هذا الجدول من عمـــودين بعـــد

حذف العمود الأوسط، وينبغى كتابة عنوان الجدول ووحداته ومصدره.

جدول التوزيع التكرارى للحالة التعليمية للمفردات

الصفة	التكرار
أمى	٧
يقرأ ويكتب	١١
تعليم متوسط	٨
تعليم عالى	٤
المجموع	٣٠

ومن الملاحظ أن هذا الجدول السابق يسمى جدولاً بسيط لأن البيانات التى يحتويها موزعة حسب صفة واحدة وهى الحالة التعليمية فقط.

أما إذا كنا بصدد دراسة صفتين لمجموعة من الأفراد مثل صفة الحالة التعليمية أمى – يقرأ ويكتب – متوسط – عالى، وصفة الحالة العملية يعمل، لا يعمل، فيمكن تصميم جدول مزدوج فإذا أمكن دراسة هاتين الصفتين فى مجموعة من المفردات عددها ٣٠ مفردة وتبين لنا الآتى:

المفردة	الحالة التعليمية	الحالة العملية
١	يقرأ ويكتب	لا يعمل
٢	تعليم متوسط	يعمل
٣	أمى	لا يعمل
٤	تعليم عالى	يعمل
٥	أمى	لا يعمل
٦	يقرأ ويكتب	يعمل
٧	تعليم متوسط	لا يعمل
٨	يقرأ ويكتب	لا يعمل
٩	يقرأ ويكتب	يعمل
١٠	تعليم متوسط	يعمل
١١	أمى	يعمل
١٢	تعليم عالى	يعمل
١٣	يقرأ ويكتب	لا يعمل
١٤	أمى	لا يعمل
١٥	تعليم متوسط	لا يعمل
١٦	أمى	لا يعمل
١٧	يقرأ ويكتب	لا يعمل
١٨	يقرأ ويكتب	يعمل
١٩	تعليم متوسط	يعمل
٢٠	تعليم عالى	يعمل
٢١	يقرأ ويكتب	لا يعمل
٢٢	تعليم متوسط	لا يعمل
٢٣	أمى	يعمل
٢٤	تعليم متوسط	يعمل
٢٥	يقرأ ويكتب	لا يعمل
٢٦	أمى	لا يعمل
٢٧	يقرأ ويكتب	لا يعمل
٢٨	تعليم عالى	لا يعمل
٢٩	تعليم متوسط	لا يعمل
٣٠	يقرأ ويكتب	يعمل

جدول تفريغ الحالة التعليمية والعملية لـ ٣٠ مفردة

العمل / التعليم	يعمل	لا يعمل	المجموع
أمى	||	~~||||~~	٧
يقرأ ويكتب	||||	|| ~~||||~~	١١
متوسط	||||	||||	٨
عالى	|||	|	٤
المجموع	١٣	١٧	٣٠

جدول يبين التوزيع التكرارى للحالة التعليمية والعملية

لـــ ٣٠ مفردة من مفردات المجتمع

العمل / التعليم	يعمل	لا يعمل	المجموع
أمى	٢	٥	٧
يقرأ ويكتب	٤	٧	١١
تعليم متوسط	٤	٤	٨
تعليم عالى	٣	١	٤
المجموع	١٣	١٧	٣٠

• ***البيانات الكمية* Quantitative Data:**

وهى البيانات التى نحصل عليها عندما تكون الظاهرة التى ندرسها قابلة للقياس بمقاييس كمية أو (رقمية)، فأعمار مجموعة من الأحداث المودعين فى إحدى المؤسسات الاجتماعية تقاس بالسنة، وأطوالهم تقاس بالسنتيمتر وأوزانهم تقاس بالكيلو جرام.

وينبغى أن نفرق بين نوعين من القيمة الكمية التى تأخذها الظاهرة:

النوع الأول: ويسمى بالقيم المتصلة أو المستمرة، وهى بيانات خاصة بظواهر يمكن قياسها مثل الأطوال، والأوزان، والأحجام، حيث قد تتضمن الظاهرة قيم كسرية كما فى حالة الظاهرة التى يمكن أن تأخذ أية قيمة واقعة بين حدين معينين.

النوع الثانى: من القيم الكمية التى تأخذها الظاهرة قيم غير متصلة أو غير مستمرة أو (متقطعة) وهى بيانات خاصة بظواهر يمكن عدها مثل حجم الأسرة وعدد حجرات المسكن، وتقديرات الطلاب، وهذه القيم لا تتضمن قيم

كسرية حيث لا يمكن أن يكون عدد أفراد الأسرة كسرياً بل يكون عدداً صحيحاً، ولا يمكن بالتالى أن تتدرج القسمة بين هذه القيم ولعرض البيانات الكمية فى جدول تكرارى نقوم بتبويبها فى مجموعات متساوية أو متقاربة ثم توضع فى الجدول التكرارى، فإذا كان لدينا ٣٠ طالباً من طلاب إحدى المدارس الثانوية ودرسنا عدد حجرات المسكن لكل منهم وكانت كالآتى:

٤، ٣، ٥، ٢، ٤، ٦، ٣، ٤، ٣، ٢، ٤، ٣، ٥، ٦، ٧، ٣، ٢، ٣، ٥،
٤، ٣، ٤، ٥، ٢، ٦، ٣، ٤، ٥، ٦، ٥.

ولتلخيص هذه البيانات وعرضها، نقوم بتفريغها فى جدول تفريغ ثم نستخلص منه الجدول التكرارى لعدد حجرات المسكن.

جدول التفريغ

عدد الحجرات	العلامات	التكرار
حجرتان	////	٤
٣	~~////~~ ///	٨
٤	~~////~~ //	٧
٥	~~////~~ /	٦
٦	////	٤
٧	/	١
المجموع		٣٠

وباستبعاد العمود الأوسط نحصل على التوزيع التكرارى.

جدول يبين التوزيع التكرارى لحجرات المسكن لـ ٣٠ طالب

عدد الحجرات	التكرار
حجرتان	٤
ثلاث حجرات	٨
أربع حجرات	٧
خمس حجرات	٦
ست حجرات	٤
سبع حجرات	١
المجموع	٣٠

طريقة عمل الجدول التكرارى للبيانات الكمية المتصلة :

إذا كان لدينا درجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية، وكانت على النحو التالى:

٥٥، ٦٢، ٦٧، ٥١، ٧٣، ٧٥، ٨٢، ٦٤، ٩١، ٧٦، ٩٩، ٦٣، ٧٢، ٨١، ٩٤، ٧٢، ٦٨، ٨٤، ٥٠، ٧٤، ٩٢، ٨٦، ٦٩، ٦١، ٥٦، ٧٥، ٧١، ٥٣، ٦٢، ٧١، ٨٢، ٥٤، ٦٣، ٧٤، ٨١، ٨٣، ٥٨، ٦٤، ٧٣، ٧٦، ٨١، ٨٤، ٦٢، ٧٧، ٦٧، ٧٦، ٧٤، ٥٢، ٧١، ٨٦.

ولعمل الجدول التكرارى للبيانات الكمية المتصلة فإن ذلك يتطلب تحديد عدد الفئات وأطوال كل فئة من هذه الفئات Intervals بحيث نقوم بتجميع القيم المتقاربة فى مجموعات أو فئات. ولا توجد هناك قواعد ثابتة لتحديد أطوال الفئات وعددها إلا أنه يجب ألا يكون عدد الفئات صغيراً فتضيع معالم التوزيع وتفقد كثيراً من التفاصيل، كما لا يكون عددها كبيراً جداً

فيضيع الحكمة من التجميع فى فئات ويفضل أن يتراوح عدد الفئات من ٥-٢٠ فئة. ولتحديد عدد الفئات وطول كل فئة فإن ذلك يتوقف على الخبرة ويتم ذلك وفق الخطوات الآتية:

- نحسب طول المدى للقيم وهو الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة.
- المدى = ٩٩ - ٥٠ = ٤٩.
- نختار مثلاً عدد الفئات ٥ فئات .
- ونظراً لأننا نهدف إلى تقسيم المدى إلى فئات متساوية الطول (إلا إذا كان هناك ما يدعو إلى عكس ذلك أى حينما تكون القيم مجتمعة فى بعض الفئات ومتناثرة فى البعض الآخر)، فإننا نستطيع معرفة طول الفئة بأن نقسم المدى على عدد الفئات.
- طول الفئة = $\frac{٤٩}{٥}$ = ١٠ تقريباً

ولذلك فإن الفئة الأولى تضم القسيم ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩. والفئة الثانية تضم القيم ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩. والفئة الثالثة تضم القيم ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩. والفئة الرابعة تضم القيم ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩. والفئة الخامسة تضم القيم ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩. وللاختصار يمكن كتابة الفئة الأولى من ٥٠- ٥٩، والفئة الثانية من ٦٠- ٦٩ وهكذا، إلا أن ذلك قد يؤدى إلى أن بعض القيم قد لا نستطيع وضعها فى أية فئة من الفئات، فإذا كانت درجة أحد الطلاب هى ٦٩,٥ درجة، فإننا لا نستطيع تحديد الفئة التى تنتمى إليها هذه الدرجة، ويمكن التغلب على ذلك بأن نقول بأن الفئة الأولى حدها الأول ٥٠ وحدها الأعلى ٥٩ وجميع كسوره مثل ٥٩,٥ درجة، وتشمل الفئة الثانية الدرجات من ٦٠ إلى

أقل من ٧٠.

ولذلك يمكن كتابة الفئات على النحو التالي: ٥٠ إلى أقل من ٦٠، ٦٠ إلى أقل من ٧٠ وهكذا، ويمكن على سبيل الاختصار ذكر الحد الأدنى للفئة وترك الحد الأعلى على أساس أنه يتحدد تلقائياً عن طريقة الفئة التالية، أى أن الفئات تكتب على النحو التالي:

٥٠-

٦٠-

٧٠-

٨٠-

٩٠-

ونظراً لأن طول كل فئة = ١٠ وأن الحد الأقصى للدرجات ١٠٠ درجة يمكن أن نحدد الحد الآخر للفئة الأخيرة بـ ١٠٠، وبعد تحديد عدد الفئات وأطوالها نقوم بتوزيع درجات الطلاب على الفئات التى تنتمى إليها.

تفريغ درجات ٥٠ طالب

الفئة	العلامات	التكرار
٥٠-	|||| |||	٨
٦٠-	|||| |||| ||	١٢
٧٠-	|||| |||| |||| |	١٦
٨٠-	|||| ||||	١٠
٩٠- ١٠٠	||||	٤
المجموع		٥٠

وباستبعاد العمود الأوسط نحصل على الجدول التكراري لدرجات ٥٠ طالب في مادة الخدمة الاجتماعية.

جدول يبين التوزيع التكراري لدرجات الطلاب

الفئة	التكرار
٥٠ –	٨
٦٠ –	١٢
٧٠ –	١٦
٨٠ –	١٠
٩٠ – ١٠٠	٤
المجموع	٥٠

ومن خلال هذا الجدول يتضح أن مجموع التكرارات يساوى عدد القيم الأصلية، ومن الملاحظ أن أطوال الفئات في الجدول السابق أطوالاً متساوية ويطلق على هذا الجدول اسم الجدول التكراري المنتظم، أما إذا كانت هناك فئة واحدة على الأقل مختلفة في الطول عن غيرها من الفئات الأخرى يطلق عليه الجدول التكراري (غير المنتظم)، وعند العرض البياني لهذه الفئات يجب الحصول على التكرار المعدل وتنقسم الجداول التكرارية أيضاً إلى جداول مغلقة وجداول مفتوحة.

الجداول المغلقة: هي التي يكون الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى الفئة الأخيرة معلومين مثلما هو كائن في الجدول السابق.

الجداول المفتوحة: هي التي يكون الحد الأدنى للفئة الأولى غير معلوم أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معلوم، او أن يكون الحدين السابقين

غير معلومين (مجهولي الطرفين) ويجب أن نتحاشى إنشاء جـداول مفتوحـة كلما كان ذلك فى المستطاع حيث يترتب على الجداول المفتوحة مشاكل عديدة وصعوبات فى العرض البيانى وأيضاً فى حساب بعض المقاييس الإحـصائية ذات الأهمية حيث يتطلب استخدام هذه المقاييس أن تكون الجداول مغلقة.

الجداول التكرارية المتجمعة Cumulative Frequency Tables :

الجداول التكرارية البسيطة غير المتجمعة والتى سبق عرضها تعطى لنا معلومات عن توزيع المفردات على الفئات المختلفة فتعرف بـذلك عـدد المفردات فى كل فئة من هذه الفئات، ومع ذلك فقد نحتاج أحياناً إلى معرفـة معلومات تفصيلية أخرى كأن نرغب فى معرفة عدد المفردات التى تقل قيمتها أو تزيد عن قيمة معينة.

ففى الجدول السابق نجد أن ثمانية طلاب تقل درجاتهم عن ٦٠ درجـة، وأن ٢٠ طالب تقل درجاتهم عن ٧٠ درجة، وهنا جمعنا عدد الطلاب فى الفئـة الأولى والفئة الثانية (أى مجموع التكرارات فى للفئتين الأولى والثانية) كما تبين أن ١٤ طالب يبلغ درجاتهم ٨٠ درجة أو أكثر. وهو مجموع تكرارات الفئتـين الأخيرتين وللحصول على مثل هذه المعلومات تقوم بتجميع التكرارات فى جدول يطلق عليه الجدول التكرارى المتجمع. وتنقسم الجداول التكرارية الممتجمعة إلى نوعين: جدول تكرارى متجمع صاعد، وجدول تكرارى متجمع هابط.

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد: ويتكون هذا الجدول من عمودين، العمود الأول وتذكر الفئات على الصورة الآتية: أقل من الحد الأعلى للفئـات والعمود الثانى التكرارات المتجمعة الصاعدة.

الجدول التكرارى المتجمع الهابط أو النازل: ويتكون هذا الجدول من عمودين العمود الأول وتذكر الفئات على الصورة الآتية: الحد الأدنى للفئـات

فأكثر، ويتضمن العمود الثانى التكرارات المتجمعة الهابطة، من المثال السابق لدرجات ٥٠ طالبة فى مادة الخدمة الاجتماعية، ويمكـن عمـل التـوزيعين التكرارين المتجمعين الصاعد والهابط.

التوزيع المتجمع الصاعد لدرجات ٥٠ طالب فى الخدمة الاجتماعية

أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٥٠	صفر
أقل من ٦٠	٨
أقل من ٧٠	٢٠
أقل من ٨٠	٣٦
أقل من ٩٠	٤٦
أقل من ١٠٠	٥٠

التوزيع المتجمع الهابط لدرجات ٥٠ طالب فى الخدمة الاجتماعية

الحد الأدنى للفئة فأكثر	التكرار المتجمع الهابط
٥٠ درجة فأكثر	٥٠
٦٠ فأكثر	٤٢
٧٠ فأكثر	٣٠
٨٠ فأكثر	١٤
٩٠ فأكثر	٤
١٠٠ فأكثر	صفر

ومن الملاحظ أن الجداول التكرارية الصاعدة أو الهابطـة لا تتـأثر بانتظام أو عدم انتظام الفئات أى يمكن إيجاد الجداول التكراريـة الـصاعدة

والهابطة من الجداول التكرارية المنتظمة وغير المنتظمة. كما يمكن الحصول على التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد والهابط من بيانات وصفية.

الجداول التكرارية المزدوجة Double Frequency Tables :

فى الجداول التكرارية السابقة للبيانات الكمية أو الرقمية، كانت جداول بسيطة لأنها كانت خاصة بظاهرة واحدة مثل درجات الطلاب فى مادة الخدمة الاجتماعية، إلا أنه فى بعض الأحيان قد نحتاج إلى عرض بيانات خاصة بظاهرتين فى جدول تكرارى واحد، مثل دراسة ظاهرة الأجور والإنتاجية لمجموعة من العمال فى أحد المصانع، أو دراسة درجات مختلفة من الطلاب فى مادتين دراسيتين، أو دراسة ظاهرة الطول والوزن لمجموعة من الطلاب، أو دراسة درجات ذكاء مجموعة من الطلاب ودرجاتهم فى إحدى المواد الدراسية، أو دراسة أعمار مجموعة من الأزواج وأعمار زوجاتهم وهكذا، ففى هذه الحالات يلزم عمل جداول توزيع تكرارية مزدوجة تظهر فيها تكرار كل من الظاهرتين محل الدراسة تمهيداً لدراسة نوع العلاقة بينهما ودرجى الارتباط بين الظاهرتين، وفى الجداول التكرارية المزدوجة تكتب حدود الفئات فى وضع رأسى للظاهرة الأولى وحدود الفئات للظاهرة الثانية فى وضع أفقى وبذلك يكون الجدول المزدوج عبارة عن شبكة من المربعات أو الخلايا ثم تفرغ البيانات زوجاً زوجاً، بحيث نضع لكل قيمتين متناظرتين علامة فى الخلية التى تقابل أو تلتقى فيها فئتيهما.

مثال: الجدول الآتى يمثل درجات ٣٠ طالب فى كل من مادتى الإحصاء والاقتصاد والمطلوب عمل جدول توزيع تكرارى لهذه البيانات.

رقم المفردة	درجات الإحصاء	درجات الاقتصاد
١	٦٢	٧٠
٢	٨٥	٨٢
٣	٧٥	٧٩
٤	٦٨	٧١
٥	٦٠	٦٣
٦	٨٢	٨٣
٧	٥٢	٥٦
٨	٧٥	٧٣
٩	٩٢	٩١
١٠	٧٠	٧٥
١١	٧٧	٧٨
١٢	٩٦	٩٤
١٣	٥١	٦٢
١٤	٧٥	٧٣
١٥	٥٧	٦٠
١٦	٥٠	٥٣
١٧	٩٢	٩٠
١٨	٦٠	٦٠
١٩	٧٥	٧٩
٢٠	٥٥	٥٠
٢١	٧٢	٧٠
٢٢	٩٠	٦٧
٢٣	٨١	٨٤
٢٤	٦٥	٦٢
٢٥	٧٣	٧٧
٢٦	٦٨	٦٤
٢٧	٩٨	٩٢
٢٨	٦٤	٧٢
٢٩	٩٣	٩٧
٣٠	٥٥	٦١

عند عمل جدول التفريغ المزدوج يجب تحديد عدد الفئات وأطوالها لكل ظاهرة من الظاهرتين بنفس الطريقة السابقة بأن تحدد المدى ثم تحدد عدد الفئات ثم نحصل على طول كل فئة.

ففى هذا المثال نجد أن الحد الأدنى لدرجات الطلاب فى مادة الإحصاء هى ٥٠ والحد الأقصى ٩٨. وبذلك يكون المدى ٩٨ – ٥٠ = ٤٨.

ويمكن تحديد عدد الفئات بخمس فئات فتصبح طول الفئة = $\frac{٤٨}{٥}$ = ٩,٦ وتقرب إلى ١٠، ويكون حدود الفئات كالآتى: ٥٠–، ٦٠–، ٧٠ –، ٨٠–، ٩٠– ١٠٠.

وبالنسبة لدرجات الطلاب فى مادة الاقتصاد نجد أن الحد الأدنى لهـا ٥٠ درجة والحد الأعلى ٩٧ وبذلك يكون المدى ٩٧ – ٥٠ = ٤٧. فإذا كانت عدد الفئات ٥ فئات فإن طول الفئة = $\frac{٤٧}{٥}$ = ٩,٤ وتقرب إلى ١٠ وتـصبح حدود الفئات أيضاً ٥٠- ٦٠- ٧٠- ٨٠- ٩٠- ١٠٠.

بعد إنشاء الجدول المزدوج لتفريغ درجـات الطـلاب فـى مـادتى الإحصاء والاقتصاد نوضع علامات فى الخلايا، فالطالب الأول درجتـه فـى الإحصاء ٦٢، وفى الاقتصاد ٧٠ نلاحظ أن درجة الإحصاء تقع فـى للفئـة الثانية من فئات درجات الإحصاء، ودرجة الاقتصاد تقع فى الفئة الثالثة مـن فئات درجات الإحصاء، لذلك نضع العلامة فى الخلية التى تلتقى فيهـا الفئـة الثانية من فئات الإحصاء ٦٠، مع الفئة الثالثة من فئات الاقتصاد ٧٠، وهكذا يستمر التفريغ حتى ننتهى من تفريغ جميع أزواج القيم.

تفريغ درجات ٣٠ طالب فى مادتى الإحصاء والإقتصاد

الإقتصاد / الاحصاء	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠–١٠٠	المجموع
٥٠ –	ǀǀǀ	ǀǀǀ				٦
٦٠ –		ǀǀǀǀ	ǀǀǀ			٧
٧٠ –			ǀǀǀ 卌			٨
٨٠ –				ǀǀǀ		٣
٩٠ – ١٠٠		ǀ			卌	٦
المجموع	٣	٨	١١	٣	٥	٣٠

ثم نجمع التكرارات أمام الفئات أفقياً ورأسياً، وبعد الانتهاء من جدول التفريغ المزدوج يصاغ الجدول التكرارى المزدوج منه باستبدال العلامات فى جدول التفريغ بعددها.

تفريغ درجات ٣٠ طالب فى مادتى الإحصاء والاقتصاد

الاقتصاد / الاحصاء	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠–١٠٠	المجموع
٥٠ –	٣	٣				٦
٦٠ –		٤	٣			٧
٧٠ –			٨			٨
٨٠ –				٣		٣
٩٠ – ١٠٠		١			٥	٦
المجموع	٣	٨	١١	٣	٥	٣٠

ومن هذا الجدول التكرارى المزدوج يمكن أن نحصل علـــى جـــداول تكرارية بسيطة فإذا أخذنا العمود الأول والعمود الأخير يصبح لـــدينا جـــدول تكرارى لدرجات الطلاب فى مادة الإحصاء، ولو أخذنا الصف الأول والصف الأخير يصبح لدينا جدول تكرارى لدرجات الطلاب فى مادة الاقتصاد.

جدول تكرارى لدرجات
الطلاب فى الإحصاء

الدرجة	عدد الطلاب
٥٠ –	٦
٦٠ –	٧
٧٠ –	٨
٨٠ –	٣
٩٠ – ١٠٠	٦
المجموع	٣٠

جدول تكرارى لدرجات
الطلاب فى الاقتصاد

الدرجة	عدد الطلاب
٥٠ –	٣
٦٠ –	٨
٧٠ –	١١
٨٠ –	٣
٩٠ – ١٠٠	٥
المجموع	٣٠

ويطلق على كل توزيع من التوزيعين اسم التوزيع الهامشى، الأول يطلق عليه التوزيع الهامشى لمادة الإحصاء، والثانى يسمى التوزيع الهامشى لمادة الاقتصاد.

ومن الملاحظ أن الجداول التكرارية المزدوجة لا يشترط أن تكون بيانات الظاهرتين كمية أو بيانات الظاهرتين وصفية أو نوعية بل يمكن أن تكون بيانات الظاهرة الأولى وصفية وبيانات الظاهرة الثانية كمية.

كما لا يشترط فى الجدول التكرارى المزدوج للبيانات الكمية أن يكون عدد الفئات للظاهرتين متساوى أو يكون الحد الأدنى والأعلى للفئات الظاهرتين متماثلين.

ثانياً- العرض البيانى للبيانات المبوبة :

لقد سبق أن عرضنا البيانات المبوبة جدولياً، ورغم أن هذا العرض يعطى صورة شاملة عن البيانات الأولية وتوزيعاتها التكرارية، إلا أنه لزيادة الايضاح فى عرض البيانات الإحصائية لذلك سوف نعرض التمثيل البيانى للبيانات المبوبة أو الجداول التكرارية التى سبق التعرف عليها حيث يعطى هذا التمثيل البيانى فكرة أوضح وأسرع ومن طرق عرض البيانات بيانياً:

١- المدرج التكرارى Histogram .

٢- المضلع التكرارى Polygon .

٣- المنحنى التكرارى Frequency Curve .

٤- المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد أو الهابطUmulative Frequenct Curve

١- المدرج التكرارى Histogram :

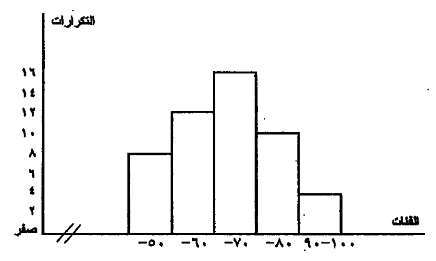
لرسم المدرج التكرارى (فى حالة الجداول المنتظمة) نرسم محورين متعامدين أحدهما أفقى والآخر رأسى، حيث نأخذ المحور الأفقى لتمثيل الفئات

والمحور الرأسى لتمثيل التكرارات، ونظراً لأن الجدول منتظم والفئات متساوية فإننا نقسم المحور الأفقى إلى أقسام متساوية، عدد هذه الأقسام يساوى عدد الفئات ثم نقوم بتدريج المحور الرأسى حسب مقياس رسم مناسب بحيث يسمح بظهور قيمة أكبر تكرار فى الجدول، ثم نرسم مستطيلات متلاصقة على كل فئة مستطيلاً رأسياً قاعدته طول الفئة وارتفاعه يتناسب مع التكرار المقابل لهذه الفئة، ويسمى هذا الشكل الذى يتألف من المستطيلات المتلاصقة بالمدرج التكرارى أو الهيستوجرام Histogram.

مثال: من التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية، ارسم المدرج التكرارى.

الفئة	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠ – ١٠٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

المدرج التكرارى لدرجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية



- نلاحظ على هذا الرسم:

أ- يمكن أن يبدأ التقسيم للفئات على المحور الأفقى من تقاطع المحورين أو من نقطة أخرى على يمين التقاطع.

ب- مساحة المستطيلات تتناسب مع ارتفاعها حيث أن القاعدة ثابتة بالنسبة لجميع الفئات، أى أن النسبة بين مساحات المستطيلات المرسومة على الفئات تساوى النسبة بين ارتفاعاتها.

جـ- عندما يكون الجدول التكرارى مقفول أو مغلق فإننا نرسم المستطيلات على الفئات من أول فئة إلى آخرها، أما إذا كان الجدول مفتوحاً من أحد طرفيه أو من كليهما فلا يمكن رسم مستطيل على الفئة المفتوحة لعدم معرفة طول القاعدة التى نرسم عليها، ولهذا نهمل عادة الفئات المفتوحة ونشير إلى ذلك فى أسفل الرسم وفى بعض الأحيان يمكن تقدير طول الفئة المفتوحة وهنا يمكن رسم المستطيل.

د- المدرج التكرارى يصلح لتمثيل المتغيرات المتصلة ولا يصلح لتمثيل المتغيرات غير المتصلة.

المدرج التكرارى لبيانات غير منتظمة :

لقد سبق أن أشرنا إلى أن البيانات إما أن تكون منتظمة أى أن الفئات متساوية أو أن تكون البيانات غير منتظمة أى أن الفئات ليست متساوية الأطوال، ولذلك عند رسم المدرج التكرارى من البيانات المنتظمة كانت قواعد المستطيلات متساوية (أطوال الفئات) ولذلك كانت النسب بين ارتفاعات المستطيلات تكون مساوية للنسب بين التكرارات، وهذه تساوى المساحات طالما أن قاعدة المستطيل تساوى الوحدة لذلك كنا نرسم المستطيلات على الفئات بحيث تكون ارتفاعاتها مساوية لقيمة التكرارات المناظرة لقواعدها

(الفئات) أما إذا لم تكن الفئات متساوية الطول (بيانات غير منتظمة) تكون مساحات هذه المستطيلات (القاعدة × الارتفاع) مناسبة مع التكرارات، ونظراً لأن الفئات (القواعد) غير متساوية الأطوال فلا ينبغي لنا في هذه الحالة أن نرسم على الفئات ذات الأطوال المختلفة مستطيلات تتناسب ارتفاعاتها مع التكرارات (كما هو الحال في الفئات المتساوية) لذلك كان لابد من تعديل التكرارات بحيث تتناسب ارتفاعات المستطيلات مع التكرارات المعدلة، ونحصل على التكرار المعدل على النحو التالي:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{التكرار الأصلي}}{\text{طول الفئة}}$$

وعلى ذلك فنقوم برسم المستطيلات بحيث تتناسب ارتفاعاتها مع التكرار المعدل، مثلاً إرسم المدرج التكراري للبيانات الآتية:

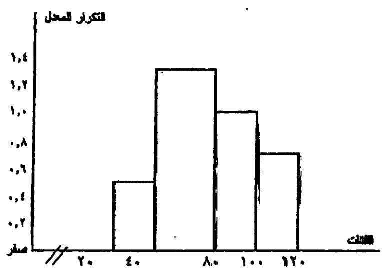
الفئة	٢٠ –	٤٠ –	٨٠ –	١٠٠ – ١٢٠	المجموع
التكرار	١٠	٥٥	٢٠	١٥	٥٠

بالنظر إلى هذه البيانات نجد أن الفئات ليست متساوية (غير منتظمة) لذلك قبل رسم المدرج التكراري ينبغي الحصول على التكرار المعدل.

الفئة	التكرار	طول الفئة	التكرار المعدل
٢٠ –	١٠	٢٠	٠,٥
٤٠ –	٥٥	٤٠	١,٣٧٥
٨٠ –	٢٠	٢٠	١,٠٠
١٠٠ – ١٢٠	١٥	٢٠	٠,٧٥
المجموع	١٠٠		

ثم نقوم برسم المدرج التكرارى بحيث تكون قواعد المستطيلات تتماثل مع أطوال الفئات وارتفاع المستطيلات تتناسب مع التكرار المعدل.





٢-المضلع التكرارى Frequency Polygon:

لرسم المضلع التكرارى نرسم محورين متعامدين أحدهما أفقى للفئات والآخر رأسى للتكرارات كما فى حالة المدرج التكرارى ثـم نحـدد مراكـز الفئات على المحور الأفقى ونرصد نقطاً إحداثياتها الأفقية هى مراكز الفئـات وإحداثياتها الرأسية هى التكرارات المناظرة ثم نصل هذه الـنقط بمـستقيمات فنحصل على المضلع التكرارى.

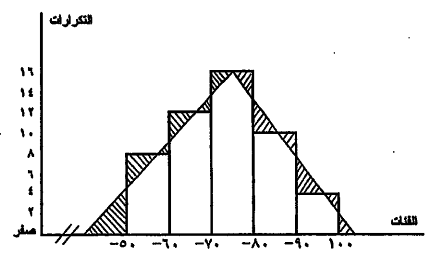
ويمكن رسم المضلع التكرارى من خلال المدرج التكـرارى وذلـك بتحديد النقاط التى تناظر مراكز الفئات فى قمة المستطيلات ثم نـصل هـذه النقاط بعضها البعض بحيث نراعى أن تكون المساحة تحت المضلع التكرارى

تساوى المساحة تحت المدرج التكرارى وذلك بأن نـصل أطـراف المـضلع بالمحور الأفقى وذلك بأن نفترض وجود فئة قبـل الفئـة الأولـى بالجـدول وتساويها فى الطول وكذلك فئة أخرى بعد الفئة الأخيرة وتساويها فى الطـول وتكرار كل من هاتين الفئتين هو الصفر، حيث يصبح الجـزء المفقـود مـن المستطيلين الأول والأخير تم إضافة أجـزاء مماثلـة لهمـا خـارج هـذين المستطيلين عندما تم توصيل المضلع بالمحور الأفقى فى الطرفين.

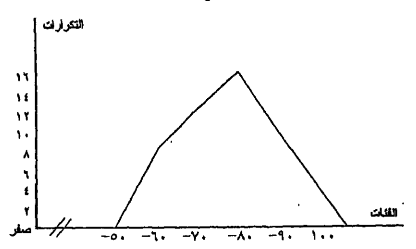
مثلاً: ارسم المضلع التكرارى للبيانات الآتية:

الفئة	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠ – ١٠٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

المدرج والمضلع التكرارى







ورسم المضلع التكرارى لا يفرق بين الجداول المنتظمة والجداول غير المنتظمة، ونلاحظ من رسم المضلع التكرارى مع المدرج التكرارى أن الأجزاء المظللة تعبر عن الأجزاء المفقودة فى المدرج والأجزاء التى أضيفت بدلاً منها ولذلك فإن المساحة تحت المضلع التكرارى لا تختلف عن المساحة تحت المدرج التكرارى.

٣- *المنحنى التكرارى* **Frequency Curve** :

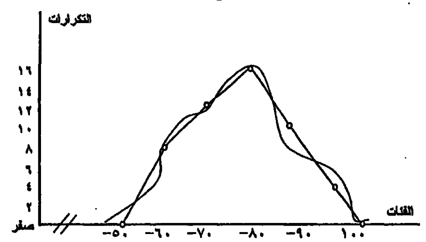
يرسم المنحنى التكرارى على محورين متعامدين أحدهما أفقى يمثل الفئات والآخر رأسى يمثل التكرارات ثم نحدد النقاط أعلى مراكز الفئات وتوازى تكرار الفئة أى أن إحداثيها الأفقى مركز الفئة، وإحداثيها الرأسى هو التكرار المناظر للفئة وذلك مثلما اتبع عند رسم المضلع التكرارى مع إختلاف أن هذه النقاط فى المضلع التكرارى يتم توصيلها بمستقيمات، أما فى المنحنى التكرارى يتم توصيل هذه النقاط عن طريق التمهيد باليد ولا يشترط أن يمر

المنحنى بجميع هذه النقاط مثلما كان الحال فى المضلع التكرارى، وهذا التمهيد باليد قد يختلف من فرد إلى آخر ونتيجة عدم التقيد بالنقاط تقيداً تاماً عند رسم المنحنى التكرارى فإن المساحة الواقعة تحت المنحنى قد لا تكـون مـساوية للمساحة تحت المضلع التكرارى.

مثلاً: ارسم المنحنى التكرارى للبيانات الآتية :

الفئة	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠ – ١٠٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

المنحنى التكرارى



ونلاحظ على المنحنى التكرارى:

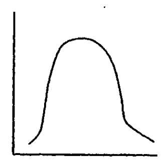
١- كلما كانت أطوال الفئات قصيرة كلما اقتربت نقط المـضلع التكـرارى بعضها من بعض وكلما اقترب المضلع التكرارى من المنحنـى، وكلمـا ضاقت أطوال الفئات وزادت فى نفس الوقت عدد القـيم فـإن المـضلع التكرارى يؤول إلى المنحنى التكرارى.

٢- المنحنيات لا تأخذ شكلاً ثابتاً لذلك توجد أشــكالاً مختلفــة للمنحنيــات التكرارية ومنها:

أ- المنحنيات المتماثلة Symmerrical Curve :

يقصد بالمنحنى المتماثل، المنحنى الذى لو أسقط من قمته عموداً على القاعدة يقسم المساحة تحت المنحنى إلى جزئين متكافئين.

ومن المنحنيات المتماثلة المنحنى المعتــدل Normal Curve وهــو منحنى على شكل ناقوس ويطلق عليه أحياناً بالمنحنى الناقوسى ولــه نهايــة عظمى فى منتصفه ويقترب من المحور الأفقى تدريجياً على كل من جــانبى هذه النهاية بطريقة متماثلة، وفى هذا المنحنى تكون تكرارات القيم الــصغيرة والكبيرة قليلة بينما تكون تكرارات القيم المتوسطة أكبر بالتدريج، ورغم ذلك فإن المنحنيات المعتدلة لا تنطبق جميعاً على بعضها على الــرغم مــن أنهــا جميعاً تأخذ نفس الشكل الناقوسى، إذ قد يكون هناك منحنى أكثر إتساعاً فــى وسطه من منحنى أخرى، أى أن يكون أحدهما أكثر تفرطحا من الآخر مــدببأ أكثر من المنحنى الأول.



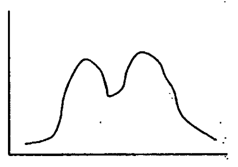


ب- المنحنيات غير المتماثلة :

وهى المنحنيات التى تبعد عن التماثل ويطلق عليها بالمنحنيات الملتوية وهذا النوع ممن المنحنيات يكون له قمة واحدة ولكن طرفيه غير متماثلين فيمتد أحد طرفية أكثر من الآخر، فإذا كان الطرف الأيمن أطول من الطرف الأيسر يكون المنحنى ملتوياً إلتواءاً موجباً، وإذا كان الطرف الأيسر للمنحنى أطول من الطرف الأيمن يكون المنحنى ملتوياً إلتواءاً سالباً، ففى الأول تتزايد التكرارات سريعاً حتى تصل إلى القمة ثم تنقص ببطء، بينما فى الثانى تتزايد التكرارات ببطء حتى تصل إلى القمة ثم تنقص بسرعة، والمنحنيات غير المتماثلة أو الملتوية قد يكون الإلتواء بسيطاً وقد يكون كبيراً.

جـ- المنحنيات متعددة القمة :

قد نحصل أحياناً على منحنيات لها أكثر من قمة ويدل تعدد القمم على عدم تجانس مفردات المجموعة التى نقوم بدراستها.

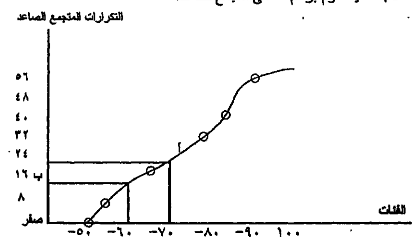


د- المنحنى التكرارى المتجمع Cumulative Frequency Curve :

لقد سبق أن عرضنا للجداول التكرارية (الصاعدة والهابطة) ولتمثيل هذين الجدولين بيانياً، فإننا نقوم برسم منحنى متجمع صاعد، ومنحنى متجمع هابط، ولرسم المنحنى الصاعد نقوم برسم محورين متعامدين الأفقى يمثل الفئات والرأسى يمثل التكرارات المجتمعة الصاعدة، بحيث يقسم المحور

الأفقى إلى تقسيمات متساوية نضع عليها الحدود العليا للفئات، وأن نقسم المحور الرأسى أيضاً إلى تقسيمات وفقاً لمقياس رسم بحيث يتسع المحور الرأسى للمجموع الكلى للتكرارات، ثم نضع النقاط بحيث يكون أعلى الحدود العليا للفئات وموازية للتكرار المتجمع الصاعد وتستمر فى وضع النقاط حتى نصل إلى المجموع الكلى للتكرارات ثم نصل بين هذه النقاط بمنحنى ممهد فنحصل على المنحنى المتجمع الصاعد.

من المثال السابق للبيانات الخاصة بدرجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية نقوم برسم منحنى متجمع صاعد.



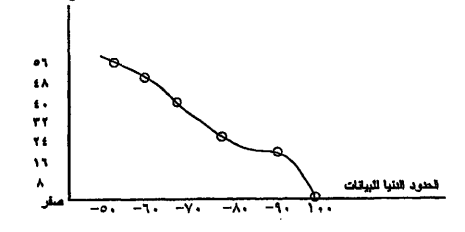
ومن هذا المنحنى يمكن الحصول على بعض المعلومات عن الطلاب بخلاف ما ورد فى الجدول التكرارى المتجمع الصاعد فإذا أردنا معرفة عدد الطلاب الذين تقل درجاتهم عن ٦٥ درجة فإننا نقيم عموداً على المحور الأفقى عند النقطة ٦٥ حتى يقابل المنحنى المتجمع الصاعد فى نقطة معينة (أ) ثم نرسم منها عموداً على المحور الرأسى ولتكن (ب) وهذه النقطة هى التى تحدد عدد الطلاب (١٤ طالب).

وإذا أردنا معرفة الحد الأعلى لدرجات ٢٤ طالب فإننا نقيم عموداً على المحور الرأسى عند النقطة ٢٤ وعند التقائه بالمنحنى المتجمع الصاعد عند النقطة (أ) تسقط منها عموداً على المحور الأفقى فيلتقى به عند النقطة (ب) وهذه النقطة هى التى تحدد الحد الأعلى لدرجات الطلاب المذكورين ٧٢ درجة.

المنحنى التكرارى المتجمع الهابط.

بنفس أسلوب رسم المنحنى التكرارى المتجمع الصاعد يمكن رسم المنحنى التكرارى المتجمع الهابط بأن نرسم محورين متعامدين أحدهما أفقى يمثل الحدود الدنيا للفئات والآخر رأسى ويمثل التكرارات المتجمعة الهابطة ثم نعين النقاط بحيث تكون أعلى الحدود الدنيا للفئات وموازية للتكرار المتجمع الهابط ثم نصل هذه النقاط بمنحنى ممهد باليد فنحصل على المنحنى المتجمع الهابط.

ونلاحظ عند رسم المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط لتوزيع فئات غير متساوية لا يستدعى تعديل التكرارات، من المثال السابق للبيانات الخاصة بدرجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية نرسم المنحنى المتجمع الهابط.



ويمكن رسم المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط فى شكل واحد باستخدام نفس مقياس الرسم، وسوف نلاحظ أن المنحنيين سوف يلتقيان فى نقطة، لو أسقطنا منها عموداً على المحور الرأسى فسوف يلتقى معه فى نقطة تساوى نصف مجموع التكرارات، ولو أسقطنا من نقطة إلتقاء المنحنيين عموداً على المحور الأفقى فسوف يلتقى معه فى نقطة تحدد الوسيط.

ثالثاً- *الرسوم والأشكال البيانية* :

لاشك أن البيانات الإحصائية يمكن عرضها فى جداول إحصائية، ولكن هذا العرض قد لا يكون كافياً إما لوجود كميات كبيرة من البيانات التفصيلية وبذلك قد يجد القارئ صعوبة فى تتبع الظاهرة، أو تتبع تحليلها أو رؤية العلاقة بين هذه البيانات بعضها البعض، وذلك فإن استخدام الرسوم والأشكال البيانية يساعد القارئ على فهم الظاهرة وإدراك هذه الظاهرة بمجرد النظر إليها بالإضافة إلى أنها تساعد فى تبسيط هذه البيانات الإحصائية، ومن هذه الرسوم والأشكال البيانية:

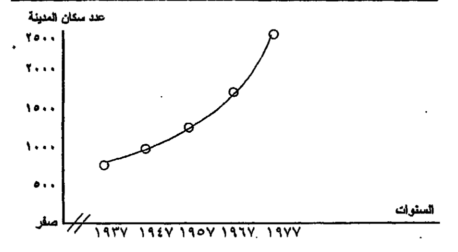
١- الخط البيانى.
٢- الأعمدة البيانية.
٣- الرسوم الدائرية.
٤- الهرم السكانى.

١- *الخط البيانى* Line Chart :

وهو عبارة عن خط منكسر يستخدم لتوضيح سير ظاهرة ما خلال فترة معينة من الزمن، وهذا يتطلب رسم محورين متعامدين أحدهما أفقى ويمثل الزمن ويقاس بالسنوات أو الشهور أو الأيام، والآخر رأسى ويمثل قيمة

ظاهرة ومن أمثلة ذلك التغيرات التى حدثت على عدد سكان إحدى المدن خلال الفترة من ١٩٣٧ حتى ١٩٧٧.

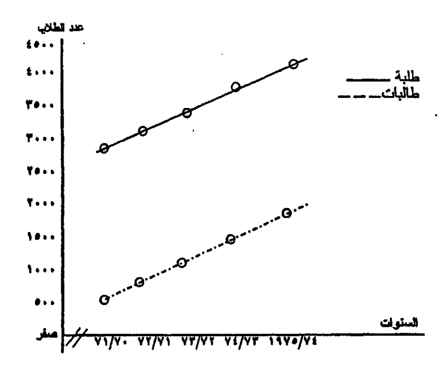
السنوات	١٩٣٧	١٩٤٧	١٩٥٧	١٩٦٧	١٩٧٧
عدد سكان الإسكندرية بالألف تقريباً	٧١٠	٩٥٠	١٣٢٠	١٨٥٠	٢٤٢٠



كما يستخدم الخط البيانى عندما يكون لدينا أكثر من ظاهرة خلال نفس الفترة الزمنية ويراد المقارنة بينها، ومن أمثلة ذلك إعداد الطلاب والطالبات فى التعليم الجامعى فى محافظة الإسكندرية خلال الفترة من ١٩٧٠- ١٩٧٤[١].

السنة	٧١/١٩٧٠	٧٢/١٩٧١	٧٣/١٩٧٢	٧٤/١٩٧٣	٧٥/١٩٧٤
عدد الطلبة	٢٧٢٦١	٢٩٠٨٩	٣١٧٦٨	٣٥٩٩٧	٤٠٩٠٣
عدد الطالبات	٩٨٩٦	١١١٦٧	١٣٥٨٨	١٦٠٣١	١٨٣٦٥

(١) الجهاز المركزى للتعبئة العامة والإحصاء، المؤشرات الإحصائية لأقليم الإسكندرية، ١٩٧٨، مرجع ٩١- ١٢٠٠٠/ ٧٨، ص٢٢٠.



٢- الأعمدة *البيانية* Bar Charts :

وهى عبارة عن أعمدة أو مستطيلات رأسية قواعدها متساوية وارتفاعها يتناسب مع الأعداد التى تمثلها الأعمدة وهناك عدة أنواع من الأعمدة:

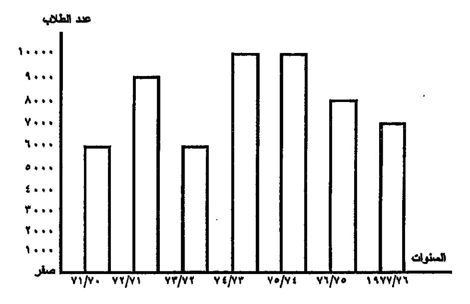
أ- الأعمدة البيانية البسيطة :

ويستخدم هذا النوع من الأعمدة لتمثيل بيانات ظاهرة واحدة، ومن أمثلة ذلك عدد الطلاب بالمعاهد العليا المتوسطة فى الإسكندرية فى الأعوام من ٧٠/ ١٩٧١- ٧٦/ ١٩٧٧(١).

(١) المرجع السابق، ص٢٢٠.

السنوات	٧١/٧٠	٧٢/٧١	٧٣/٧٢	٧٤/٧٣	٧٥/٧٤	٧٦/٧٥	١٩٧٧/٧٦
عدد الطلاب	٥٨٤١	٨٥٩١	٥٧٦٠	٩٣٥٧	٩٠٢٨	٧٤٤٥	٦٤٢٧

عدد الطلاب فى التعلم بالمعاهد العليا والمتوسطة فى السنوات ٧٠/ ١٩٧٦(**).



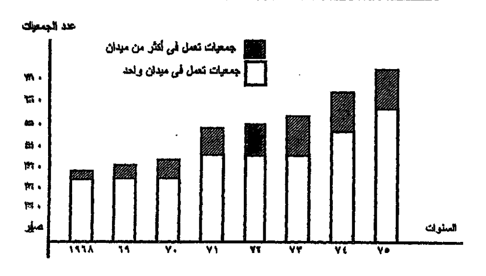
وفى حالة إذا كان بعض الأعمدة أطول بكثير ممن الأعمدة الأخرى يحسن أن نكسر الجزء الزائد من العمود ونكمله أفقياً لمسافة مساوية ونلجأ إلى ذلك عندما لا نريد أن نصغر مقياس الرسم لأن هناك قيم أعمدة صغيرة ونرغب فى توضيحها والورقة لا يتسع الفراغ للأعمدة الطويلة.

(**) اعتبار من العام الدراسى ٧٥/ ٧٦ ضمت الفنون الجميلة والتربية الرياضية للبنين والبنات ومعهد علوم القطن إلى جامعة حلوان.

ب- الأعمدة البيانية المجزأة:

وهى عبارة عن أعمدة بيانية بسيطة إلا أن ارتفاعاتها تمثل مجموع البيانات الخاصة بظاهرتين أو متغيرين، وفى هذه الحالة نرسم أعمدة ارتفاعاتها تتناسب مع مجموع البيانات الخاصة بالظاهرتين ثم يقسم كل عمود بنسب بيانات الظاهرة ثم تظلل أو تلون كل ظاهرة بشكل معين، ومن أمثلة ذلك عدد الجمعيات المشهرة (التى تعمل فى ميدان واحد، والتى تعمل فى أكثر من ميدان) فى الإسكندرية فى الأعوام من ١٩٦٨- ١٩٧٥(١).

السنوات	١٩٦٨	١٩٦٩	١٩٧٠	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤	١٩٧٥
جمعيات تعمل فى ميدان واحد	٢٦٧	٢٧٣	٣٠٢	٢٩٦	٣٥٨	٤١٧	٤٥٥	٤٥٤
جمعيات تعمل فى أكثر من ميدان	٤٠	٤٦	٥٠	٥٢	٦٠	٦٣	٦٥	١٥٨
إجمالى الجمعيات	٣٠٧	٣١٩	٣٥٢	٣٤٨	٤١٨	٤٨٠	٥٢٠	٦١٢



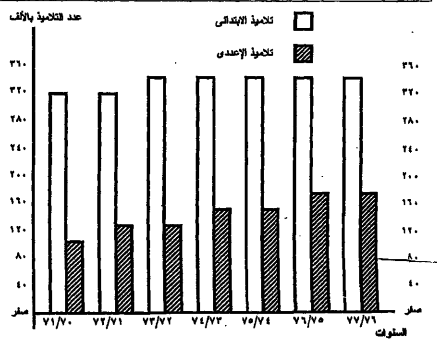
(١) المرجع السابق، ص٢٣٥.

جـ- الأعمدة البيانية المزدوجة :

تستخدم الأعمدة البيانية المزدوجة عند القيام بإجراء المقارنـــة بـــين ظاهرتين ومقارنة التطور بينهما وهى عبارة عن عمودين متلاصقين يمـــثلان القيمتين فى كل سنة أو لكل خاصية، وتلون الأعمدة الخاصة بكل ظاهرة بلون مختلف للتمييز بينهم ويسهل المقارنة بينهما.

وتستخدم الأعمدة المزدوجة أيضاً عند تمثيـل الخـــواص والـــصفات (البيانات الوصفية) ومن أمثلة ذلك عدد تلاميذ التعليم الابتدائى والإعدادى فى الإسكندرية خلال الفترة من ١٩٧٠/ ١٩٧١ إلى ١٩٧٦/ ١٩٧٧.

السنوات	٧١/٧٠	٧٢/٧١	٧٣/٧٢	٧٤/٧٣	٧٥/٧٤	٧٦/٧٥	٧٧/٦٧
تلاميذ الابتدائى بالألف	٢٩٤	٢٩٢	٣١١	٣٢١	٣٢٠	٣١٩	٣١٤
تلاميذ الإعدادى بالألف	٧٥	٨٥	٩٢	٩٨	١٠٢	١١١	١١٥



وهناك ملاحظات يجب مراعاتها عند استخدام الأعمدة البيانية:

أ- أن يبدأ رسم الأعمدة من نفس القاعدة (أى من على المحور الأفقى) دون ترك مسافة بين العمود والمحور الأفقى

ب- يحسن عدم كتابة بيانات داخل الأعمدة أو فوقها، إذ قد يؤدى ذلك إلى الخداع وتضليل النظر، وإذا كانت هناك ضرورة لكتابة الأعداد فمن الأفضل أن تكتب بجوار الأعمدة

جـ- إذا كان المحور الأفقى يمثل خاصية أخرى بخلاف الزمن مثل (الفئات التى تحصل على المساعدات والمعاشات من الوحدات الاجتماعية) فيجب ترتيب الأعمدة حسب قيمتها تصاعدياً أو تنازلياً حتى يحسن منظرها وتسهل قراءتها.

د- أن تكون قواعد الأعمدة متساوية، وأن يكون المسافات بين الأعمدة أيضاً متساوية (عادة ما تكون المسافة بين الأعمداة حوالى $\frac{1}{2}$ إلى $\frac{2}{3}$ قاعدة العمود).

هـ- إذا كان عدد الأعمدة عدداً كبيراً واتسع الشكل البيانى فمن المستحسن أن نضع محورين متماثلين للتدرج على جانبى الشكل تسهيلاً للقراءة، مثلما هو موضح فى الشكل البيانى السابق.

٣- الرسوم الدائرية Pie Graph, or Pie Charts :

هى عبارة عن دائرة تنقسم إلى قطاعات أو أجزاء فرعية بحيث تظلل هذه الأجزاء بألوان مختلفة وتستخدم الدائرة عندما يكون لدينا بيانات عبارة عن مجموع عام يقسم إلى أجزاء فرعية تلتقى جميعاً فى المركز بحيث تكون مساحة هذه الأجزاء تتناسب مع المقادير الجزئية من المجموع الكلى للبيانات

وتتحدد الزاوية المركزية لكل جزء من الأجزاء على أساس الزاوية المركزية فى الدائرة والقيم الخاصة بكل جزء والمجموع الكلى لهذه القيم.

فتكون الزاوية المركزية لكل جزء من الأجزاء =

$$\frac{\text{٣٦٠} \times \text{القيم الخاصة بجزء معين}}{\text{المجموع الكلى للقيم}}$$

ولتحديد القطاعات أو الأجزاء المختلفة ترسم الدائرة ثم تبدأ من النقطة التى تناظر الساعة ١٢ ثم تعين الأجزاء حسب ترتيبها تنازلياً أو تصاعدياً.

الجدول الآتى يبين المبالغ المصرفية للضمان الاجتماعى فى الإسكندرية ١٩٧٥.

الخدمة التى تقدمها وحدات الضمان	المعاشات	المساعدات	إعانة العاملين السابقين	الجملة
المبالغ المنصرفة بالألف	١٢٣	٣٩	٨	١٧٠

خدمات وحدات الضمان	المبالغ المنصرفة	الزاوية المركزية
معاشات	١٢٣	$\frac{١٢٣ \times ٣٦٠}{١٧٠} = ٢٦٠,٤٧$
مساعدات	٣٩	$\frac{٣٩ \times ٣٦٠}{١٧٠} = ٨٢,٥٩$
إعانة عاملين سابقين	٨	$\frac{٨ \times ٣٦٠}{١٧٠} = ١٦,٩٤$
المجموع الكلى	١٧٠	٣٦٠

إعانة العاملين السابقين

المعاشات

المساعدات

دائرة بيانية تمثل المبالغ المنصرفة للضمان الاجتماعي في الإسكندرية ١٩٧٥

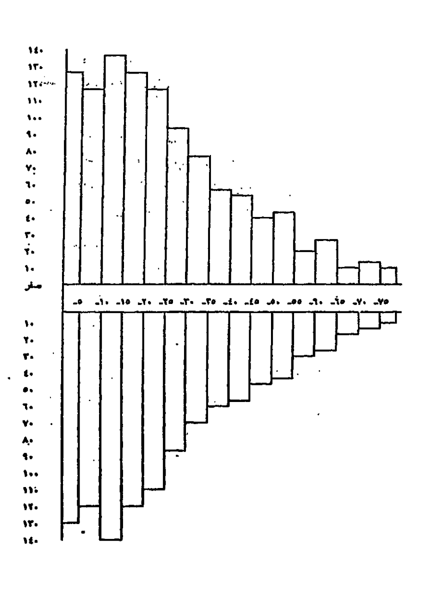
٤- الهرم السكاني:

ويستخدم الهرم السكاني في المقارنة بين عدد الذكور والإناث في المراحل العمرية المختلفة في منطقة جغرافية معينة في وقت ما.

ولرسم الهرم السكاني نقوم برسم محورين أحدهما رأسي ويمثل الفئات العمرية المختلفة والآخر أفقي على جانبي المحور الرأسي الأيمن يمثل أعداد الذكور والأيسر يمثل أعداد الإناث في الفئات العمرية المختلفة والجدول التالي يمثل أعداد الذكور والإناث في محافظة الإسكندرية ١٩٧٦ في المراحل العمرية المختلفة.

الفئات	٠- ٥	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-	٢٥-	٣٠-	٣٥-
ذكور	١٢٧٩٨٠	١٢٣٩٩٤	١٤٠٤٢٨	١٢٦٦١٤	١٠٨٢٧٢	٩١٠٥٢	٧٥١٨٧	٦٣٤٧٧
إناث	١٢٤٣٣٥	١١٨٧٠٧	١٣٦٤٧٢	١٢٣٩٧٩	١١٨٩١٧	٩١٥٨٧	٦٩٣٨٥	٥٥٧٦٢

الفئات	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥فأكثر
ذكور	٦١٥٠٥	٤٨٦٢٣	٤٤٩٧٠	٢٨٩٤٤	٢٨١٤٤	١٤٧٠٩	١٠٦٨٢	٨٤٥٩
إناث	٥٥٠٨٧	٤٠٤٣٠	٤٠٥٩٢	٢٠٣٩٠	٢٥٠١٣	١٠١٧٧	١٠٤٧٢	٨٦٧٦


١٤٠
١٣٠
١٢٠
١١٠
١٠٠
٩٠
٨٠
٧٠
٦٠
٥٠
٤٠
٣٠
٢٠
١٠
صفر
ـ٥ ـ١٠ ـ١٥ ـ٢٠ ـ٢٥ ـ٣٠ ـ٣٥ ـ٤٠ ـ٤٥ ـ٥٠ ـ٥٥ ـ٦٠ ـ٦٥ ـ٧٠ ـ٧٥
١٠
٢٠
٣٠
٤٠
٥٠
٦٠
٧٠
٨٠
٩٠
١٠٠
١١٠
١٢٠
١٣٠
١٤٠

وهناك أنواعاً أخرى من الرسوم البيانيــة مثــل الخــرائط البيانيــة، والخرائط المظللة والرسوم التصويرية والمجسمات، وأشكال الجذع والورقــة البيانية، ولكل منها استخداماتها، ولاشك أن عرض البيانات عن طريق الرسوم البيانية له عدة مميزات من أهمها:

أ- البساطة فى قراءة البيانات وخاصة إذا كان عدد المشاهدات كبيراً.

ب- سهولة تذكر النتائج حيث من المعروف أن الرسوم تعطى فكــرة أكثــر ثباتاً من الأرقام أو الكلمات.

جـ- عن طريق الرسوم البيانية يمكن توضيح أو تأكيد بيان ما عن طريــق استخدام الألوان مثلاً، فلتوضيح أهمية بيان أو خطورته يمكــن اســتخدام اللون الأحمر وهكذا.

د- جذب الإنتباه إذا أحسن رسم الشكل البيانى.

ومع ذلك فإن استخدام الرسوم البيانية فى عرض البيانات له عيــوب منها:

أ- التضحية بدقة البيانات حيث أن الأشكال والرسوم البيانية تهتم بتوضــيح التغيرات العامة فقط دون الدخول فى التفاصيل الكاملة الدقيقــة، ولــذلك يحسن إرفاق الجدول مع الرسم.

ب- كثرة التكاليف وتعقد الرسوم، حيث أن بعض البيانات قد تحتــاج إلــى مقاييس رسم كبيرة، كما أنها قد تشتمل على مجموعــات مــن البيانــات المختلفة مما يجعل الرسوم معقدة.



الفصل الرابع

مقاييس النزعة المركزية

Measurs of Central Tendency



مقدمة :

فى الفصل السابق تعرضنا لكيفية عرض البيانات الإحصائية وتلخيصها فى جداول تكرارية أو رسوم بيانية بهدف الحصول على بعض الخصائص للمجتمع محل الدراسة، إلا أنه من المعروف أن هذه الطرق فى عرض البيانات ليست دقيقة وغير كافية لوصف ظاهرة ما، وكذلك كان لابد من البحث عن مقاييس تقيس خصائص الظاهرة بمقياس رقمى يصف لنا الظاهرة وما يتعلق بها من بيانات وتصلح لمقارنة هذه الظاهرة بالظواهر الأخرى.

لذلك سوف نحاول من خلال هذا الفصل التركيز على نوع من المقاييس الإحصائية وهى ما تسمى بمقاييس النزعة المركزية.

حيث تشير النزعة المركزية إلى ميل القيم إلى التجمع حول قيمة معينة هذه القيمة تسمى بالقيمة المتوسطة Aberage وهذه القيمة تميل إلى الوقوع فى المركز لذلك فإن المقاييس التى تستخدم فى قياس هذه القيمة وتحديدها تسمى بمقاييس النزعة المركزية، ويوجد هناك عدة مقاييس للنزعة المركزية لكل منه مميزاته وعيوبه وطرق حسابه وتعدد هذه المقاييس أمر طبيعى حيث أن البيانات تختلف فى طبيعتها لذلك فإن معرفة طبيعة هذه البيانات يساعد فى إختيار المقياس المناسب، وقبل أن نتناول هذه المقاييس بالتفصيل سوف نذكر شروط المقياس الجيد وهى[1]:

١- يجب أن تكون طريقة حسابه سهلة ولا يكون ذلك على حساب دقة البيانات.

---

(١) سمير عاشور، مقدمة فى الإحصاء الوصفى، معهد البحوث والدراسات الإحصاء، القاهرة، ١٩٧٧، ص١١٣.

٢- أن يأخذ فى الاعتبار جميع المفردات التى تتكون منها المجموعة المراد حساب المقياس لها.

٣- أن يكون له معنى طبيعى وليس مجرد رقم يذكر وأن يكون هذا المعنى مفهوم وبسيط.

٤- أن يعكس المقياس التغير فى الظاهرة ولا يتغير طرق حسابه.

٥- لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة، وتعرف القيمة الشاذة بأنها القيمة الموجودة فى بداية أو نهاية القيم بعد ترتيبها تصاعدياً ويكون الفرق بينها وبين القيمة التى تليها أو السابقة عليها كبيراً جداً.

٦- يجب عند اختيار عينات كثيرة من المجتمع واستخدام نفس المقياس أن لا يتأثر المقياس تأثراً شديداً باختلاف العينات إذا كانت نفس الحجم.

٧- يخضع للعمليات الجبرية خضوعاً تاماً.

وأهم مقاييس النزعة المركزية هى: الوسط الحسابى – الوسط المرجح الموزون، الوسيط، المنوال، الوسط الهندسى، الوسط التوافقى، وسوف نركز على المقاييس الأربعة الأولى بصفة خاصة.

أولاً- *الوسط الحسابى أو المتوسط* (Mean or Arithmetic Mean):

يعتبر الوسط الحسابى أو المتوسط من أهم مقاييس الموضع أو النزعة المركزية وأكثرها استخداماً فى الإحصاء والحياة العملية إذ يستخدم عادة فى الكثير من المقارنات بين المجموعات ويتصف بالبساطة وسهولة الفهم ولا يتأثر كثيراً عند أخذ أكثر من عينة من نفس المجتمع ومن نفس الحجم، ويعرف على أساس أنه القيمة التى لو أعطيت لكل مفردة من المفردات لكان المجموع مساوياً لمجموع القيم الأصلية.

فإذا كانت لدينا القيم ٤، ٥، ٦ ومجموعها هو ١٥ فإذا بحثنا عن رقم ما وأعطى لكل مفردة من هذه المفردات بدلاً من قيمتها الأصلية لكان مجموعها مساوياً لمجموع القيم الأصلية وهو ١٥ فإن هذا الرقم سيكون ٥ وهذا الرقم هو الوسط الحسابى أو المتوسط لهذه القيم الثلاثة.

ويستخدم هذا المقياس بالنسبة للمجتمع ككل كما أنه يستخدم بالنسبة لعينة مسحوبة من المجتمع، فإذا استخدم للمجتمع ككل يرمز له بالرمز(μ ميو) وإذا استخدم فى العينة يرمز له بالرمز $\bar{س}$، كما يستخدم الوسط الحسابى لبيانات غير مبوبة ويستخدم أيضاً لبيانات مبوبة.

١- *الوسط الحسابى لبيانات غير مبوبة*:

الوسط الحسابى لبيانات غير مبوبة هو مجموعة القيم أو المشاهدات على عدد المشاهدات، فإذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات للمتغير س وهى $س_١، س_٢، .... س_ن$ حيث ن هو حجم المجموعة فإن:

$$\text{الوسط الحسابى} = \bar{س} = \frac{س_١ + س_٢ + ... س_ن}{ن} = \frac{مجـ س}{ن}$$

فإذا كانت درجات ٥ طلاب فى مادة الخدمة الاجتماعية هى: ٦٠، ٧١، ٤٠، ٦٢، ٧٧ فإن الوسط الحسابى لدرجات الطلاب الخمسة هى:

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٦٠ + ٧١ + ٤٠ + ٧٢ + ٧٧}{٥} = \frac{٣٢٠}{٥} = ٦٢ \text{ درجة.}$$

بعض خصائص *الوسط الحسابى*:

الخاصية الأولى:

يتأثر الوسط الحسابى بالجمع أو الطرح فإذا أضفنا أو طرحنا مقداراً ثابتاً من كل قيمة من قيم س وليكن هذا المقدار الذى أضفناه أو طرحناه كان

هو أ فإن الوسط الحسابى الجديد: $\bar{س} = \bar{س} \pm أ$

أى أن الوسط الحسابى الجديد يساوى الوسط الحسابى للقيم الأصلية مضافاً إليه أو مطروحاً منه المقدار الثابت أ، فإذا كان لدينا القيم ٤، ٥، ٦

ووسطها الحسابى $\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٤ + ٥ + ٦}{٣} = \frac{١٥}{٣} = ٥$.

فإذا أضفنا إلى كل قيمة من هذه القيم مقداراً ثابتاً وهو ٢ فتصبح القيم الجديدة بعد الإضافة ٤ + ٢، ٥ + ٢، + ٦ + ٢= ٦، ٧، ٨، ويصبح وسطها الحسابى = $\frac{٦ + ٧ + ٨}{٣} = \frac{٢١}{٣} = ٧$

أى أن الوسط الحسابى الجديد وهو $\bar{س}$ = س + ٢

$\bar{س} = ٥ + ٢ = ٧$

ونفس القول إذا طرحنا من القيم الأصلية مقداراً ثابتاً وهو ٢ فتصبح القيم الجديدة: ٤ – ٢، ٥ – ٢، ٦ – ٢ = ٢، ٣، ٤

ووسطها الحسابى $\bar{س} = \frac{٣ + ٣ + ٤}{٣} = ٣$

أى أن الوسط الحسابى الجديد $\bar{س} = \bar{س}$ – القيمة المطروحة (٢)

= ٥ – ٢ = ٣

الخاصية الثانية :

الوسط الحسابى يتأثر بالضرب والقسمة.

فإذا كان للمتغير س القيم $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ .... $س_ن$ ، ووسطها الحسابى $\bar{س}$ ، فعند ضرب قيم المتغير فى مقدار ثابت وليكن أ فإن القيم الجديدة تصبح: أ$س_١$، أ$س_٢$، أ$س_٣$ .... أ$س_ن$.

ويصبح الوسط الجديد $\bar{س}$ = $\frac{مجـ اس}{ن}$ وهو يساوى أ$\bar{س}$، وهذا يعنى أن الوسط الجديد هو نفسه الوسط الحسابى للقيم الأصلية مضروباً فى المقدار الثابت، وللحصول على الوسط الحسابى الحقيقى للقيم الأصلية نقسم الوسط الجديد على المقدار الثابت $\bar{س}$ = $\frac{\bar{س}}{أ}$ = $\frac{أ\bar{س}}{أ}$ = $\bar{س}$.

مثال ذلك إذا كانت لدينا القيم ٤، ٥، ٦، ووسطها الحسابى $\bar{س}$= $\frac{مجـ س}{ن}$

= $\frac{٤ + ٥ + ٦}{٣}$ = ٥.

فإذا ضربنا كل قيمة من القيم الأصلية فى مقدر ثابت وليكن ٢ فإن القيمة الجديدة تصبح ٢ × ٤، ٢ × ٥، ٢ × ٦ = ٨ ، ١٠ ، ١٢.

ووسطها الحسابى الجديد $\bar{س}$ = $\frac{مجـ س أ}{ن}$ = $\frac{٨ + ١٠ + ١٢}{٣}$ = ١٠.

أى أن الوسط الحسابى $\bar{س}$ = $\bar{س}$ × المقدار الثابت (٢)، وللحصول على الوسط الحسابى للقيم الأصلية $\bar{س}$ فإننا نقسم الوسط الحسابى الجديد على المقدار الثابت الذى سبق ضربه فى كل قيمة من القيم $\bar{س}$ = $\frac{\bar{س}}{٢}$ = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

الخاصية الثالثة :

المجموع الجبرى لانحراف القيم عن وسطها الحسابى يساوى صفراً ولإثبات ذلك فإذا كان لدينا القيم $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ .... $س_ن$.

ووسطها الحسابى $\bar{س}$ = $\frac{مجـ س}{ن}$ ، فإن انحرافات القيم عن وسطها الحسابى هى ($س_١$ – $\bar{س}$)، ($س_٢$ – $\bar{س}$)، ($س_٣$ – $\bar{س}$) ...... ($س_ن$ – $\bar{س}$) ويصبح مجموع هذه الانحرافات هو مجـ (س – $\bar{س}$) = مجـ س – ن $\bar{س}$ = صفر.

مثال ذلك إذا كانت لدينا درجات خمس طلاب في مادة الخدمة الاجتماعية هي ٦٠، ٦٥، ٧٠، ٧٥، ٨٠ فإن الوسط الحسابي لهذه الدرجات =

$$\bar{س} = \frac{٦٠ + ٦٥ + ٧٠ + ٧٥ + ٨٠}{٥} = \frac{٣٥٠}{٥} = ٧٠ \text{ درجة.}$$

ويصبح انحرافات درجات الطلاب عن وسطها الحسابي على النحو التالي: (٦٠-٧٠)، (٦٥-٧٠)، (٧٠-٧٠)، (٧٥-٧٠)، (٨٠-٧٠) =

-١٠ ، -٥ ، صفر ، ٥ ، ١٠

ويصبح مجموع هذه الانحرافات يساوى صفراً.

الخاصية الرابعة :

يمكن إيجاد متوسط مجموعتين عند إدماجهما عن طريق متوسط كل مجموعة من هاتين المجموعتين.

إذا كان لدينا مجموعتين الأولى عدد مفرداتها $ن_١$ ووسطها الحسابي $\bar{س}_١$، والثانية عدد مفرداتها $ن_٢$ ووسطها الحسابي $\bar{س}_٢$

فإن الوسط الحسابي للمجموعتين معاً = $\frac{\bar{س}_١ ن_١ + \bar{س}_٢ ن_٢}{ن_١ + ن_٢}$

***الوسط المرجح أو الموزون* (Weighted Mean)** :

عند حساب الوسط الحسابي كنا نفترض أن كل مفردة من المفردات لها نفس الأهمية، ولكن في بعض الأحيان تكون أهمية كل مفردة تختلف عن أهمية المفردات الأخرى، أو أن تكون هذه المفردات مقرونة بأوزان مختلفة، لذلك ينبغي مراعاة هذه الأوزان عند حساب متوسط هذه المفردات وفي هذه الحالة يسمى بالوسط المرجح أو الموزون.

فإذا كان لدينا درجات أحد الطلاب بالفرقة الأولى في ثلاثة مقررات على النحو التالي خدمة اجتماعية ٧٠، إحصاء ٨٠، علم نفس ٦٠.

فإن متوسط درجات الطالب $\bar{س}$ = $\frac{٦٠ + ٨٠ + ٧٠}{٣}$ = $\frac{٢١٠}{٣}$ = ٧٠ درجة، ولكن إذا كانت عدد ساعات دراسة كل مقرر كانت تختلف عن ساعات دراسة المقرر الآخر، لذلك فإننا نراعى هذا الاختلاف فى ساعات تدريس المقرر عند حساب متوسط درجات لطالب، فإذا كانت ساعات تدريس مقرر الخدمة الاجتماعية ٤ ساعات والإحصاء ساعتين، وعلم النفس ٤ ساعات، فإننا نضرب عدد ساعات كل مقرر فى الدرجات التى حصل عليها الطالب فى نفس المقرر ثم نجمعها ونقسمها على عدد ساعات تدريس هذه المقررات فنحصل على الوسط المرجح.

وفى هذه الحالة يكون على النحو التالى :

$$\frac{٤ \times ٦٠ + ٢ \times ٨٠ + ٤ \times ٧٠}{٤ + ٢ + ٤} = \frac{٢٤٠ + ١٦٠ + ٢٨٠}{١٠}$$

$$= \frac{٦٨٠}{١٠} = ٦٨ \text{ درجة.}$$

الوسط الحسابى المرجح =

$$\frac{س_١ \times و_١ + س_٢ \times و_٢ + س_٣ \times و_٣ ..... س_ن \times و_ن}{و_١ + و_٢ + و_ن} = \frac{مجـ س و}{مجـ و}$$

٢- *الوسط الحسابى لبيانات مبوبة* :

إذا كانت البيانات مبوبة فى جدول تكرارى فيمكن حساب الوسط الحسابى لهذه البيانات، وفى هذه الحالة تواجهنا صعوبة من نوع جديد لم نواجهها فى حالة البيانات غير المبوبة، وتنتج هذه الصعوبة من أن البيانات فى الجدول التكرارى ليست معروفة بالتفصيل بل هى معروفة إجمالاً حيث أن التكرارات فى كل فئة لم يعد معروف قيمة كل مفردة من المفردات، وقد ذكرنا أنه فى هذه الحالة نفترض أن مفردات كل فئة تأخذ كل منها قيمة تساوى مركز الفئة.

وقد أوضحنا أن الخطأ الناتج عن ذلك ضئيل ويتوقف على طول الفئة وعلى العموم يمكن إيجاد الوسط الحسابى بالطرق العادية أو المطولة وبالطريقة المختصرة والطريقة الأكثر إختصاراً.

فإذا كان لدينا التوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية وكان على النحو التالى:

الدرجة	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
التكرار (عدد الطلاب)	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

والمطلوب إيجاد الوسط الحسابى لدرجات الطلاب الخمسين.

أ- الوسط الحسابى بالطريقة العادية أو المطولة :

لحساب الوسط الحسابى بالطريقة المطولة فإننا نحصل على مراكز الفئات (س) ثم نحصل على (التكرارات (ك) × مراكز الفئات (س) ثم نعوض فى القانون الآتي لتحصل على الوسط الحسابى :

$$\bar{س} = \frac{مجـ س ك}{مجـ ك}$$

جدول رقم ( )

فئات الدرجات	عدد الطلاب (ك) التكرارات	مراكز الفئات س	مراكز الفئات × التكرارات س × ك
٥٠-	٨	٥٥	٤٤٠
٦٠-	١٢	٦٥	٧٨٠
٧٠-	١٦	٧٥	١٢٠٠
٨٠-	١٠	٨٥	٨٥٠
٩٠- ١٠٠	٤	٩٥	٣٨٠
المجموع	٥٠		٣٦٥٠

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{٣٦٥٠}{٥٠} = ٧٣ \text{ درجة.}$$

ب- الوسط الحسابي بالطريقة المختصرة:

من الملاحظ أن الطريقة المطولة قد تكون أكثر تعقيداً إذا كانت التكرارات كبيرة أو إذا كانت مراكز الفئات كبيرة أو احتوت مراكز الفئات على كسور كبيرة لذلك يمكن استخدام الطريقة المختصرة باستخدام وسط فرضي لتبسيط العمليات الحسابية والوصول إلى نفس النتيجة حيث نطرح هذا الوسط الفرضي (أ) (مقدار ثابت) من مراكز الفئات فنحصل على انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي ونرمز لهذا الانحراف بالرمز (ح) ثم نحصل على حاصل ضرب التكرارات في انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي، ثم نطبق القانون التالي:

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{مجـ ك}} + \text{أ}$$ حيث أ هو الوسط الفرضي.

جدول رقم ( )

فئات الدرجات	عدد الطلاب التكرارات (ك)	مراكز الفئات س	انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي ح	ح × ك
٥٠-	٨	٥٥	٢٠-	١٦٠-
٦٠-	١٢	٦٥	١٠-	١٢٠-
٧٠-	١٦	٧٥	صفر	صفر
٨٠-	١٠	٨٥	١٠+	١٠٠
٩٠- ١٠٠	٤	٩٥	٢٠+	٨٠
المجموع	٥٠			١٠٠-

الوسط الفرضي هو = ٧٥.

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ ح ك}}{\text{مجـ ك}} + \text{أ} = \frac{١٠٠-}{٥٠} + ٧٥ = ٢- + ٧٥ = ٧٣ \text{ درجة.}$$

جـ- الوسط الحسابي بالطريقة الاكثر اختصاراً:

بالنظر إلى الجدول السابق نلاحظ أن العمود الثالث وهو الذي يشمل انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي (ح) يقبل كل منها القسمة على مقدار ثابت وهو (١٠) (وهو طول الفئة) ونتيجة هذه القسمة نحصل على الانحراف الجديد أو الانحراف المختصر $\bar{\text{ح}}$ ثم نحصل على $\bar{\text{ح}}$ × ك .

ولإيجاد الوسط الحسابي نقوم بإجراء عملية تصحيح للعمليات السابقة بأن نضرب مجـ $\bar{\text{ح}}$ ك × طول الفئة، ونقسم على مجـ ك ثم نضيف المقدار السابق طرحه (أ) المقدار الثابت أو ما أطلقنا عليه الوسط الفرضي.

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ } \bar{\text{ح}} \text{ ك}}{\text{مجـ ك}} \times \text{ل} + \text{أ}$$

حيث ل طول الفئة.

جدول رقم ( )

فئات الدرجات	عدد الطلاب التكرارات (ك)	مراكز الفئات س	انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الفرضي ح	الانحراف المختصر $\bar{\text{ح}} = \frac{\text{ح}}{\text{ل}}$	$\bar{\text{ح}}$ × ك
٥٠-	٨	٥٥	-٢٠	-٢	-١٦
٦٠-	٢	٦٥	-١٠	-١	-١٢
٧٠-	١٦	٧٥	صفر	صفر	صفر
٨٠-	١٠	٨٥	١٠	١	١٠
٩٠- ١٠٠	٤	٩٥	٢٠	٢	٨
المجموع	٥٠				-١٠

$$\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ } \bar{\text{ح}} \text{ ك}}{\text{مجـ ك}} \times \text{ل} + \text{أ} = \frac{-١٠}{٥٠} \times ١٠ + ٧٥ = \frac{-١٠٠}{٥٠} + ٧٥$$

$= -٢ + ٧٥ = ٧٣$ درجة.

ثانياً- الوسيط Median:

يمكن تعريف الوسيط لمجموعة من القيم بأنه القيمة التي تقسم المجموعة إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منها يساوي عدد القيم الأصغر منها(1)، أو بمعنى آخر الوسيط لبيانات غير مبوبة يشير إلى قيمة المفردة التي تقع في منتصف المفردات بعد ترتيب هذه المفردات تصاعدياً أو تنازلياً(2).

1- الوسيط لبيانات غير مبوبة:

لحساب الوسيط لبيانات غير مبوبة يجب ترتيب هذه القيم ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، ثم نبحث في عدد المفردات، فإذا كان العدد فردياً فيمكن معرفة الوسيط عن طريق تحديد قيمة المفردة التي تكون عدد المفردات الأقل منها مساوياً لعدد المفردات الأكبر منها.

حيث يكون ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢}$ حيث ن عدد المفردات أما إذا كان عدد المفردات عدداً زوجياً فإنه لا يوجد قيمة وسطى واحدة بل هناك قيمتين في الوسط فإننا نحصل على متوسط هاتين القيمتين ونحدد ترتيب هاتين القيمتين على النحو التالي: $\frac{ن}{٢}$، $\frac{ن}{٢}$+ ١.

مثال:

إذا كان لدينا درجات سبعة طلاب في مادة الإحصاء ٥٢، ٧٦، ٦٤، ٧٢، ٨٣، ٥٦، ٦٧ فإننا نحصل على الوسيط وفق الخطوات الآتية:

---

(1) د. أحمد سرحان وآخرون، مقدمة في الإحصاء الاجتماعي، ص١٥٨.

(2) دومينيك سالفاتور ترجمة سعدية حافظ منتصر، نظريات ومسائل في الإحصاء والاقتصاد القياسي، سلسلة ملخصات شرم: دار ماكجروهيل، ١٩٨٢، ص١٧.

- ترتيب القيم (الدرجات تصاعدياً: ٥٢، ٥٦، ٦٧، ٧٢، ٧٦، ٨٣.

- ترتيب الوسيط: نظراً لأن عدد القيم عدداً فردياً فإن:

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن + ١}{٢} = \frac{٧ + ١}{٢} = \frac{٨}{٢} = ٤$$

∴ الوسيط = هو قيمة المفردة التى ترتيبها الرابع بين هذه المفردات وهى ٦٧ درجة.

مثلاً: إذا كان لدينا درجات ثمانية طلاب فى مادة الخدمة الاجتماعية ٦٢، ٥٤، ٨٦، ٥١، ٨٤، ٧٢، ٦٥، ٧١.

فإننا نحصل على الوسيط عن طريق الخطوات الآتية:

- ترتيب الدرجات (القيم) ترتيباً تصاعدياً: (٥١، ٥٤، ٦٢، ٦٥، ٧١، ٧٢، ٨٤، ٨٦.

- ترتيب الوسيط: نظراً لأن عدد القيم عدداً زوجياً لذلك لا توجد قيمة وسطى واحدة بل توجد قيمتين وهاتين القيمتين تتحددان عن طريق:

$$\frac{ن}{٢} ، \frac{ن}{٢} + ١$$

$$\frac{٨}{٢} ، \frac{٨}{٢} + ١$$

٤، ٥ أى القيمتين اللتين يكون ترتيبهما الرابع الخامس وهاتين القيمتين هما ٦٥، ٧١.

$$\text{الوسيط هو متوسط هاتين القيمتين} = \frac{٦٥ + ٧١}{٢} = \frac{١٣٦}{٢} = ٦٨ \text{ درجة.}$$

٢- إيجاد الوسيط من بيانات مبوبة :

يمكن الحصول على الوسيط من بيانات مبوبة إما في الجداول التكرارية أو من الرسم حيث يعرف الوسيط للمنحنيات التكرارية بأنه قيمة المتغير التى إذا رسم عندها عموداً رأسياً فإنه يقسم المنحنى إلى جزئين متساويين.

أما عن الوسيط من خلال الجداول التكرارية، فإنه عبارة عن القيمة التى تكون نصف التكرارات أقل منها والنصف الآخر أكبر منها، ويمكن الحصول على الوسيط من الجداول التكرارية وفقاً للخطوات الآتية:

أ- نكون جدول تكرارى مجتمع صاعد أو نازل وعن طريقه يمكن معرفة قيمة الوسيط.

ب- ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ = $\frac{\text{مجـ ك}}{٢}$ سواء كان مجموع التكرارات فردياً أم زوجيا.

جـ- عن طريق ترتيب الوسيط نحدد الفئة الوسيطة، ونحسب قيمة الوسيط = الحد الأدنى للفئة الوسيطة +

$\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية}}{\text{التكرار الأصلى للفئة الوسيطية}}$ × طول الفئة

مثال :

المطلوب حساب الوسيط من الجدول الآتى :

الدرجة	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠- ١٠٠	المجموع
التكرار (عدد الطلاب)	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

المنحنى المتجمع الصاعد :

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد	تحديد مكان الوسيط
أقل من ٥٠	صفر	
أقل من ٦٠	٨	
أقل من ٧٠	٢٠ ←	فئة الربع الأدنى
أقل من ٨٠	٣٦ ←	فئة الوسيط
أقل من ٩٠	٤٦ ←	فئة الربع الأعلى
أقل من ١٠٠	٥٠	

ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مج ك}}{٢}$ = $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

والوسيط هنا هو القيمة التى ترتيبها ٢ أى هى القيمة أو الدرجة التى عدد الطلاب الذين يحصلون على درجات أقل من (قيمة الوسيط) = عدد الطلاب الذين يحصلون على درجات أعلى منه.

ومن الملاحظ أن مقدار (٢٥) لا يقع على المنحنى المتجمع الصاعد، حيث أن هناك ٢٠ طالب درجاتهم أقل من ٧٠ درجة، وأن ٣٦ طالب درجاتهم أقل من ٨٠ درجة، وهذا يعنى أن ٢٥ تقع بين ٢٠، ٣٦.

لذلك فإن الفئة الوسيطة أى الفئة التى تقع فيها الوسيط هى الفئة من ٧٠ – ٨٠ الوسيط =

الحد الأدنى للفئة الوسيطة + $\frac{\text{ترتيب الوسيط – التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية}}{\text{التكرار الأصلى للفئة الوسيطية}}$

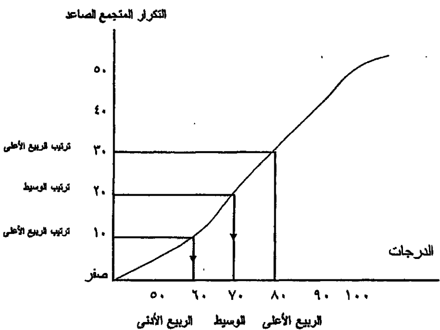
× طول الفئة.

$$١٠ \times \frac{٢٠ - ٢٥}{١٦} + ٧٠$$

$$٧٣,١٢٥ = ٣,١٢٥ + ٧٠ = \frac{٥٠}{١٦} + ٧٠ = ١٠ \times \frac{٥}{١٦} + ٧٠$$ درجة

ومن مميزات الوسيط أنه يمكن حسابه من جداول مغلقة ومن جـداول مفتوحة، هذا بالإضافة أنه يمكن حسابه من الرسم.

إيجاد الوسيط بالرسم من المنحنى المتجمع الصاعد



الوسيط ٧٣ درجة تقريباً.

وأمكن الحصول على الوسيط من المنحنى المتجمع الصاعد برسم المنحنى الصاعد ثم تحديد الوسيط على المحور الرأسي وهو ٢٥ ثم نسقط عموداً من ترتيب الوسيط على المنحنى الصاعد وعند التقائه بالمنحنى نسقط

عمود على المحور الأفقى فتكون هى قيمة الوسيط، ويمكن حساب الوسيط من المنحنى الهابط بنفس الطريقة.

ويمكن حساب الوسيط من المنحنى الصاعد والهابط معاً بـأن نـسقط عموداً من نقطة التقاء المنحنى الصاعد بالمنحنى الهابط على المحور الأفقى، فتكون هى قيمة الوسيط.

***الربيع الادنى والربيع الاعلى* Lower and Uper Quartile :**

حيث يعرف الربيع الأدنى بأنه القيمة التى تقسم المجموعة إلى قسمين نسبة عدد القيم التى أقل منها إلى نسبة عدد القيم الأكبر منهـا كنـسبة ١ : ٣ وبمعنى آخر هى القيمة التى يقل عنها (يسبقها) ربع القيم ويزيد عنها (يليهـا) ثلاثة أرباع القيم ويرمز للربيع الأدنى ر١.

ويعرف الربيع الأعلى بأنه القيمة التى تقسم المجموعة إلى مجموعتين نسبة عدد القيم الأصغر منها إلى نسبة عدد القيم الأكبر منها كنسبة ٣ : ١ أو بمعنى آخر هو القيمة التى يسبقها ثلاثة أرباع القيم ويليها ربع القيم ويرمـز للربيع الأعلى ر٣.

كيفية حساب الربيع الادنى والاعلى من الجداول التكرارية:

- خطوات حساب الربيع الأدنى من الجداول التكرارية:

أ- الحصول على ترتيب الربع الأدنى = $\frac{\text{مجـ ك}}{٤}$ = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٤}$

ب- تكوين التكرار المتجمع الصاعد.

جـ- الربيع الأدنى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى +

$\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى - التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{التكرار الأصلى لفئة الربيع الأدنى}}$ × طول الفئة.

لإيجاد الربيع الأدنى من المثال السابق لدرجات ٥٠ طالب فى مـــادة الخدمة الاجتماعية:

- ترتيب الربع الأدنى = $\frac{مجـ ك}{٤} = \frac{٥٠}{٤} = ١٢,٥$

جـ- الربيع الأدنى = $٦٠ + \frac{١٢,٥ - ٨}{١٢} \times ١٠$

$= ٦٠ + \frac{٤,٥ \times ١٠}{١٢}$.

$= ٦٠ + \frac{٤٥}{١٢} = ٦٠ + ٣,٧٥ = ٦٣,٧٥$ درجة.

- **خطوات حساب الربيع الأعلى من الجداول التكرارية :**

- الحصول على ترتيب الربع الأعلى = $\frac{مجـ ك \times ٣}{٤}$

- تكوين التكرار المتجمع الصاعد.

- الربيع الأعلى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى +

$\frac{\text{ترتيب الربيع الأعلى - التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{التكرار الأصلى لفئة الربيع الأعلى}}$ × طول الفئة.

من المثال السابق يمكن إيجاد الربيع الأعلى على النحو التالى :

- ترتيب الربع الأعلى = $\frac{مجـ ك \times ٣}{٤} = \frac{٥٠ \times ٣}{٤} = ٣٧,٥$

- الربيع الأعلى= $٨٠ + \frac{٣٧,٥ - ٣٦}{١٠} \times ١٠ = ٨٠ + ١,٥ = ٨١,٥$ درجة

كيفية إيجاد الربيع الأدنى والأعلى من رسم المنحنى المتجمع الصاعد :

يحدد ترتيب الربيع الأدنى والأعلى على المحور الرأسى ثـــم نـــسقط أعمدة من هذا الترتيب على المنحنى المتجمع الصاعد وعند الإلتقاء بالمنحنى نسقط أعمدة على المحور الأفقى وبذلك نحصل على قيمتى الربيـــع الأدنـــى والربيع الأعلى.

ثالثاً - المنوال :

يعرف المنوال لمجموعة من القيم بأنه القيمة الأكثر تكراراً أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً.

١- حساب المنوال من البيانات غير المبوبة :

حساب المنوال لمجموعة من البيانات غير المبوبة فإذا كانت لدينا القيم ٣، ٤، ١٢، ٥، ٣، ١٤، ٣. فيمكن إيجاد المنوال لهذه المجموعة مباشرة وذلك بالبحث عن القيمة الأكثر تكراراً وفى المثال السابق فإن القيمة ٣ تعتبر منوال هذه المجموعة لأن هذه القيمة تكررت أكثر من غيرها.

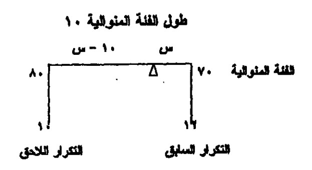
وفى بعض الأحيان قد يكون هناك أكثر من منوال لمجموعة واحدة من القيم إذا كانت لهاتين القيمتين نفس الشيوع وأكثر من غيرها من القيم الأخرى، فمثلاً القيم ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢، ٨، ٣، ٦ لها منوالاً ٣، ٦ وفى أحيان أخرى قد لا تكون لمجموعة معينة من القيم منوالاً إذا لم تتكرر أية قيمة أكثر من غيرها، فمثلاً القيم ٢، ٣، ٤ ليس لها منوال.

٢- حساب المنوال من الجداول التكرارية :

فى حالة البيانات المبوبة أو الجداول التكرارية لا يمكن القول بأن قيمة معينة يكون لها أكبر تكرار ولكن هناك فئة يقابلها أكبر تكرار حيث أن القيم تذوب داخل الفئات المختلفة، ولذلك يمكن القول بأنه توجد فئات منوالية، والفئة المنوالية وفقاً لذلك هى الفئة التى يقابلها أكبر تكرار وبذلك نكون قد عرفنا الحد الأدنى للمنوال والحد الأعلى، وتتحدد قيمة المنوال على أساس التكرار السابق واللاحق للتكرار الذى يقابل الفئة المنوالية، وعند تساوى التكرار السابق مع التكرار اللاحق فإن المنوال سوف يقع فى منتصف الفئة المنوالية، وإذا كان التكرار السابق أكبر من التكرار اللاحق للفئة المنوالية فإن المنوال

سوف يكون فى اتجاه الحد الأدنى للفئة المنوالية، وإذا كان التكرار السابق أصغر من التكرار اللاحق للفئة المنوالية فإن المنوال سوف يكون فى اتجاه الحد الأعلى للفئة المنوالية، ولحساب المنوال من الجداول التكرارية يلزمنا معرفة: الفئة المنوالية، التكرار السابق والتكرار اللاحق.

فى المثال السابق لدرجات ٥٠ طالب فى مادة الخدمة الاجتماعية كان أكبر التكرارات هو ١٦ يقابل الفئة من ٧٠ – ٨٠ لذلك فإن الفئة المنوالية حدها الأدنى ٧٠ وحدها الأعلى ٨٠ والتكرار السابق ١٢ واللاحق ١٠، ولذلك يمكن تمثيل الفئة المنوالية كرافعة تتحكم فيها قوتان هما التكرار السابق والتكرار اللاحق.



ومن خلال هذه الرافعة فإننا نفترض أن قيمة المنوال تقع عند نقطة معينة على الفئة المنوالية تبعد عن الحد الأدنى للفئة المنوالية بمقدار س ونظراً لأن طول الفئة المنوالية ١٠ فإن هذه النقطة تبعد عن الحد الأعلى للفئة المنوالية بمقدار (١٠ – س).

ثم نبحث عن قيمة س ثم نضيفها إلى الحد الأدنى لفئة المنوالية فنحصل على قيمة المنوال باستخدام قانون الرافعة:

القوة × ذراعها = المقاومة × ذراعها

١٢ × س = ١٠ × ١٠ – س

١٢ س = ١٠٠ – ١٠س

١٢س + ١٠س = ١٠٠

٢٢ س = ١٠٠

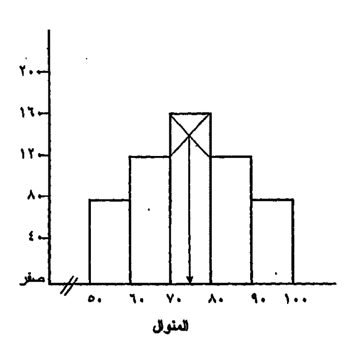
س = $\frac{١٠٠}{٢٢}$ = ٤,٥

قيمة المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + س

= ٧٠ + ٤,٥ = ٧٤,٥ درجة

لإيجاد المنوال بالرسم من المدرج التكرارى :

نرسم المدرج التكرارى للتوزيع، ويمكن الإكتفاء برسم المستطيل الذى يمثل أكبر التكرارات والمستطيلين المحيطين (المستطيل السابق، المستطيل اللاحق) ثم نوصل القمة اليسرى للمستطيل المرسوم على الفئة المنوالية بالقيمة اليسرى للمستطيل المرسوم على الفئة اللاحقة للفئة المنوالية بخط مستقيم ثم نوصل القمة اليمنى للمستطيل المرسوم على الفئة المنوالية بالقيمة اليمنى للمستطيل المرسوم على الفئة السابقة على الفئة المنوالية بخط مستقيم ومن نقطة تقاطع المستقيمين نسقط عموداً على المحور الأفقى وتكون نقطة إلتقاء العمود مع المحور الأفقى هى نقطة المنوال.


٢٠
١٦
١٢
٨
٤
صفر
٥٠
٦٠
٧٠
٨٠
٩٠
١٠٠
المنوال



الفصل الخامس

مقاييس التشتت

Measures of Dispersion



لقد سبق لنا تناول طرق عرض البيانات جدولياً والتعرف على أشكالها وتوزيعاتها المختلفة، ثم تناولنا عرض مقاييس النزعة المركزية لوصف البيانات عددياً لهذه التوزيعات المختلفة، ولكن طرق عرض البيانات وحساب المتوسطات للمجموعات المختلفة من البيانات غير كافية للمقارنة بين هذه المجموعات، فقد يكون لدينا ثلاث مجموعات من القيم الوسط الحسابى لكل مجموعة منها متساوى مع الوسط الحسابى للمجموعتين الأخرتين ورغم ذلك فإن بعد القيم عن الوسط الحسابى يختلف من مجموعة إلى أخرى.

مثال ذلك: أخذت ثلاث مجموعات من طلاب الفرقة الأولى بمعهد الخدمة الاجتماعية وأجرى امتحان لهم فى مادة علم الاجتماع وحجم كل مجموعة خمس طلاب وكانت درجاتهم على النحو التالى:

المجموعة الأولى (أ) ٧٢، ٤٧، ١٨، ٧٩، ٨٤

المجموعة الثانية (ب) ٥٠، ٦٠، ٤٠، ٨٠، ٧٠

المجموعة الثالثة (جـ) ٦٠، ٦٢، ٥٩، ٦١، ٥٨

وبحساب المتوسط الحسابى لكل مجموعة من المجموعات الثلاث نجده يساوى ٦٠ درجة لكل منها، ولكن بالنظر إلى درجات المجموعة الثالثة نجدها متقاربة، ودرجات المجموعة الثانية أقل تقارباً من المجموعة الثالثة، والمجموعة الأولى أقل تقارباً من المجموعة الثانية، وهذا يعنى أن هذه المجموعات الثلاث مختلفة التجانس على الرغم من أن الوسط الحسابى متماثل فى المجموعات الثلاث.

وهذا يؤكد أن مقاييس النزعة المركزية ليست كافية للمقارنة بين المجموعات المختلفة، ومن هنا كان من الضرورى البحث عن مقاييس أخرى

بالإضافة إلى مقاييس النزعة المركزية تساعد فـي عمليـة المقارنـة، هـذه المقاييس تستخدم فى قياس مدى تقارب أو تشتت (تباعد) مفردات البيانات عن بعضها البعض وأطلق على هذه المقاييس مقاييس التشتت.

ومن هذه المقاييس التى تستخدم فى قياس اختلاف أو انتشار أو تشتت البيانات المدى – نصف المدى الربيعى – الانحراف المتوسـط – التبـاين – الانحراف المعيارى.

أولاً- المدى The Range :

يعتبر المدى أبسط مقاييس التشتت ويعرف بأنه الفـرق بـين أكبـر المفردات وأصغرها، وذلك بالنسبة للبيانات غير المبوبـة، وبـالرجوع إلـى المجموعات الثلاث أ، ب، جـ لحساب المدى فى كل منهم فإننا نجد:

– المدى فى المجموعة الأولى أ = أكبر قيمة – أصغر قيمة.

= ٨٤ – ١٨ = ٦٦ درجة

– المدى فى المجموعة الثانية ب = ٨٠ – ٤٠ = ٤٠ درجة

– المدى فى المجموعة الثالثة جـ = ٦٢ – ٥٨ = ٤ درجة

وهذا يعنى أن التشتت فى المجموع الأول أكبر منه فى المجمـوعتين الأخرتين، وأن أقل المجموعات تشتتاً هى المجموعة الثالثة جـ، أما إذا كانت البيانات مبوبة، فإن المدى يساوى الفرق بين الحد الأعلى للفئة العليـا والحـد الأدنى للفئة الدنيا.

فإذا كان لدينا التوزيع التكرارى:

الدرجة	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
(عدد الطلاب)	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

فإن المدى لهذه المجموعة = ١٠٠ - ٥٠ = ٥٠ درجة.

وإذا كان حساب المدى يتميز بالبساطة والسهولة، كما أنه يعطى فكرة سريعة عن طبيعة البيانات ويستخدم كثيراً في مراقبة جودة الإنتاج وفى ميادين الصناعة بصفة عامة وفى وصف الأحوال الجوية، إلا أنه يؤخذ عليه مآخذ كثيرة وتقلل من استعماله منها أنه يعتمد فى حسابه على قيمتين فقط من البيانات مع إهمال باقى البيانات، كما أنه يتأثر بالقيم المتطرفة (الشاذة) فإذا كانت إحدى القيمتين أو الأثنين شاذة لنتج مقياس تقريبى ولا يعبر تماماً عن التشتت لذلك لا يعتمد عليه، فقد يكون مضللاً خاصة إذا كانت إحدى القيمتين متطرفة بصورة واضحة، وبذلك يستدل منه على أن مفردات المجموعة مشتتة بينما لو استبعدت هذه القيمة المتطرفة فقط لكان المدى صغيراً بما يدل على أن المفردات ليست مشتتة كما أن من عيوب المدى عدم إمكانية حسابه من التوزيعات التكرارية المفتوحة الطرف أو مفتوحة الطرفين.

ثانيا- نصف المدى الربيعى Semi - Inter Quartile Range) :

لقد سبق الإشارة إلى أنه من أهم عيوب المدى هو أنه يتأثر بالقيم الشاذة المتطرفة لذلك فقد كان من الضرورى البحث عن مقياس آخر يتخلص من تأثير هذه القيم الشاذة وهذا المقياس يسمى بنصف المدى الربيعى.

١- ويحسب نصف المدى الربيعى من البيانات غير المبوبة على النحو التالى:

- ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً.
- نوجد قيمة الربيع الأدنى ر١ وهى القيمة التى يسبقها ربع القيم أو المفردات.
- نوجد قيمة الربيع الأعلى ر٣ وهى القيمة التى يسبقها ثلاثة أرباع القيم.
- ثم نطبق القانون:

$$\text{نصف المدى الربيعى} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢} = \frac{ر_٣ - ر_١}{٢}$$

مثال:

المطلوب إيجدا نصف المدى الربيعى لدرجات مجموع من الطلاب:

٦٤، ٥٣، ٥٦، ٦٨، ٧٢، ٦٦، ٧١، ٧٦.

الحل: ترتيب البيانات ترتيباً تصاعدياً

٥٣، ٥٦، ٦٤، ٦٦، ٦٨، ٧١، ٧٢، ٧٦

$$ر_١ = \frac{٥٦ + ٦٤}{٢} = \frac{١٢٠}{٢} = ٦٠$$

$$ر_٣ = \frac{٧١ + ٧٢}{٢} = \frac{١٤٣}{٢} = ٧١,٥$$

$$\text{نصف المدى الربيعى} = \frac{٧١,٥ - ٦٠}{٢} = \frac{١١,٥}{٢} = ٥,٧٥$$

مثال:

المطلوب إيجاد نصف المدى الربيعى لدرجات مجموعة من الطلاب:

٦٤، ٥٢، ٥٦، ٦١، ٦٦، ٧٢، ٧٠، ٥٤، ٧٤

الحل: نرتب البيانات ترتيباً تصاعدياً :

٥٢، ٥٤، ٥٦، ٦١، ٦٤، ٦٦، ٧٠، ٧٢، ٧٤

$ر_1 = ٥٦$ $\qquad$ $ر_3 = ٧٠$

نصف المدى الربيعى = $\frac{٧٠ - ٥٦}{٢} = \frac{١٤}{٢} = ٧$

٢- نصف المدى الربيعى للبيانات المبوبة :

نحصل على الربيع الأدنى والربيع الأعلى باستخدام نفس الخطــوات التى سبق شرحها ثم نطبق القانون:

نصف المدى الربيعى = $\frac{ر_3 - ر_1}{٢}$

حيث أن الربيع الأعلى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى +

$\frac{\text{ترتيب الربيع الأعلى - التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{التكرار الأصلى لفئة الربيع الأعلى}}$ × طول الفئة.

وأن الربيع الأدنى = الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى +

$\frac{\text{ترتيب الربيع الأدنى - التكرار المتجمع الصاعد السابق}}{\text{التكرار الأصلى لفئة الربيع الأدنى}}$ × طول الفئة.

وعلى الرغم من أن نصف المدى الربيعى أعقد قليلاً فى حسابه مـــن المدى لأنه أقل تأثيراً بالقيم المتطرفة منه إلا أنه يؤخذ عليه أنـــه لا يـــستعمل جميع البيانات المتاحة إذ يعتمد على قيمتين فقط شأنه فى ذلك شأن المدى.

ثالثاً- الانحراف المتوسط Mean Deviation :

ويعرف الإنحراف المتوسط بأنه متوسط الانحرافات المطلق للمفردات عن وسطها الحسابى $\overline{س}$.

وقانون الحصول على الانحراف المتوسط من بيانات غير مبوبة:

الإنحراف المتوسط = مجـ $\frac{|س - \overline{س}|}{ن}$ أو = $\frac{١}{ن}$ مجـ $|س - \overline{س}|$

والسبب فى أخذ القيم المطلقة للإنحرافات (بعد إهمال الإشارة) هو أن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يساوى صفراً.

مثال:

أوجد الانحراف المتوسط لدرجات خمسة طلاب فى مادة علم النفس ٥٢، ٥٤، ٦٦، ٧٢، ٧٦

الحل: باستخدام الوسط الحسابى:

الوسط الحسابى = مجـ س / ن = (٥٢ + ٥٤ + ٦٦ + ٧٢ + ٧٦) / ٥

= ٣٢٠ / ٥ = ٦٤ درجة

الإنحراف المتوسط = مجـ |س - س̄| / ن =

= (|٥٢ - ٦٤| + |٥٤ - ٦٤| + |٦٦ - ٦٤| + |٧٢ - ٦٤| + |٧٦ - ٦٤|) / ٥

= (١٢ + ١٠ + ٢ + ٨ + ١٢) / ٥ = ٤٤ / ٥ = ٨,٨ درجة

الحل باستخدام الوسيط :

الوسيط = ٦٦

الانحراف المتوسط = مجـ |س - الوسيط| / ن

= (|٥٢ - ٦٦| + |٥٤ - ٦٦| + |٦٦ - ٦٦| + |٧٢ - ٦٦| + |٧٦ - ٦٦|) / ٥

= (١٤ + ١٢ + صفر + ٦ + ١٠) / ٥ = ٤٢ / ٥ = ٨,٤ درجة

ومن الواضح أننا لا نحصل على نفس النتيجة إلا إذا كانت المنحنيات متماثلة.

٢- الإنحراف المتوسط من البيانات المبوبة :

نحصل على الإنحراف المتوسط باستخدام القانون :

$$\text{الإنحراف المتوسط} = \frac{\text{مجـ}|س - \bar{س}|\, ك}{\text{مجـ}\, ك}$$

ويعتمد الإنحراف المتوسط فى حسابه على مراكز الفئات، ونحصل على الإنحراف المتوسط وفق الخطوات الآتية:

١- نحدد مراكز الفئات.
٢- نحصل على الوسط الحسابى.
٣- نحصل على القيم المطلقة لإنحرافات مراكز الفئات عن وسطها الحسابى.

ثم يضرب كل انحراف منها فى التكرار المقابل له ثم نحصل على مجموع انحرافات مراكز الفئات عن وسطها الحسابى مضروباً فى التكرار ثم نقسم على مجموع التكرارات فنحصل على الانحراف المتوسط.

مثال:

أوجد الإنحراف المتوسط لدرجات ٥٠ طالب فى امتحان مادة الخدمة الاجتماعية.

الدرجة	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
(عدد الطلاب)	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

لحساب الإنحراف المتوسط

فئات الدرجات	عدد الطلاب التكرارات (ك)	مراكز الفئات س	|س – س̄|	|س – س̄| ك
٥٠-	٨	٥٥	١٨	١٤٤
٦٠-	١٢	٦٥	٨	٩٦
٧٠-	١٦	٧٥	٢	٣٢
٨٠-	١٠	٨٥	١٢	١٢٠
٩٠- ١٠٠	٤	٩٥	٢٢	٨٨
المجموع	٥٠			٤٨٠

الوسط الحسابي س̄ = مجـ (س × ك) ÷ مجـ ك

= (٨ × ٥٥ + ١٢ × ٦٥ + ١٦ × ٧٥ + ١٠ × ٨٥ + ٤ × ٩٥) ÷ ٥٠

= (٤٤٠ + ٧٨٠ + ١٢٠٠ + ٨٥٠ + ٣٨٠) ÷ ٥٠

= ٣٦٥٠ ÷ ٥٠ = ٧٣ درجة

الإنحراف المتوسط = مجـ |س - س̄| ك ÷ مجـ ك

= ٤٨٠ ÷ ٥٠ = ٩,٦ درجة

رابعاً- الإنحراف المعياري Standard Deviarion :

يعتبر الانحراف المعياري من أحسن مقاييس التشتت على الإطلاق لما يتمتع به من خصائص رياضية بالإضافة إلى أنه عالج مشكلة انحرافات القيم عن وسطها الحسابي بدون إهمال الإشارة مثلما استخدم في الإنحراف المتوسط، حيث اعتمد على تربيع هذه الانحرافات فتصبح هذه المربعات جميعها موجبة.

ويعرف الانحراف المعيارى بأنه الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابى، وإذا استخدم الإنحراف المعيارى من عينة يرمز له بالرمز (ع) أما إذا استخدم الإنحراف المعيارى من المجتمع يرمز له بالرمز δ (سجما)، والإنحراف المعيارى هو الجذر التربيعى للتباين، ويرمز للتباين $ع^{٢}$ وللمجتمع $\delta^{٢}$.

١- الانحراف المعيارى من بيانات غير مبوبة :

إذا كانت لدينا القيم $س_{١}$، $س_{٢}$، $س_{٣}$ .... $س_{ن}$ ووسطها الحسابى $\bar{س}$ فإن مربع انحرافات هذه القيم من وسطها الحسابى هى:

$$\text{التباين } ع^{٢} = \frac{(س_{١} - \bar{س})^{٢} + (س_{٢} - \bar{س})^{٢} + ... (س_{ن} - \bar{س})^{٢}}{ن}$$

$$\text{أى أن التباين } = \frac{مجـ (س - \bar{س})^{٢}}{ن}$$

$$\text{الانحراف المعيارى } = \sqrt{\frac{مجـ (س - \bar{س})^{٢}}{ن}}$$

$$\text{أو } \sqrt{\frac{١}{ن} مجـ (س - \bar{س})^{٢}}$$

مثال:

أحسب الانحراف المعيارى لأعمار مجموعة من الأطفال المودعين فى مؤسسة رعاية الأحداث المنحرفين ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢.

الحل:

لإيجاد قيمة الإنحراف المعيارى نوجد أولاً الوسط الحسابى لأعمار هؤلاء الأطفال ثم نحصل على انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابى، ثم نربع هذه الانحرافات ثم نطبق قانون الإنحراف المعيارى:

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ(س - \bar{س})^٢}{ن}}$$

الوسط الحسابى $س = \frac{مجـ س}{ن}$

$$= \frac{٨ + ٩ + ١٠ + ١١ + ١٢}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

$$ع = \sqrt{\frac{مجـ(٨ - ١٠)^٢ + (٩ - ١٠)^٢ + (١٠ - ١٠)^٢ + (١١ - ١٠)^٢ + (١٢ - ١٠)^٢}{٥}}$$

$$= \sqrt{\frac{مجـ(٤ + ١ + ١ + ٤)}{٥}} ، \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢} = ١,٤١٤$$

ويمكن الحصول على الانحراف المعيارى بموجب القانون:

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن} \left(مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن}\right)}$$

وهذه العلاقة مستخلصة من العلاقة السابقة حيث أن:

$$مجـ (س - \bar{س})^٢ = مجـ (س^٢ - ٢ س \bar{س} + \bar{س}^٢)$$

$$= مجـ س^٢ + ن \bar{س}^٢ - ٢ \bar{س} مجـ س$$

$$= مجـ س^٢ - ن \bar{س}^٢$$

$$= مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن}$$

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن} \left(مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن}\right)}$$

وللحصول على الانحراف المعيارى من البيانات السابقة بهذه الصيغة ينبغى:

- الحصول على مجموع مربعات قيم س (مجـ $س^٢$)

- الحصول على مجموع قيم س
- ثم تطبيق القانون السابق.

مجـ $س^٢$ = مجموع مربعات قيم س

$$= ٦٤ + ٨١ + ١٠٠ + ١٢١ + ١٤٤ = ٥١٠$$

مجموع قيم س = ٨ + ٩ + ١٠ + ١١ + ١٢ = ٥٠

$$ع = \sqrt{\frac{١}{٥}\left(٥١٠ - \frac{(٥٠)^٢}{٥}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥}\left(٥١٠ - \frac{٢٥٠٠}{٥}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥}(٥١٠ - ٥٠٠)} = \sqrt{\frac{١}{٥}(١٠)} = \sqrt{٢} = ١,٤١٤$$

بعض خصائص *الإنحراف المعيارى*:

الخاصية الأولى :

إذا أضفنا أو طرحنا مقداراً ثابتاً (أ) من جميع المفردات فإن الانحراف المعيارى للقيم الجديدة هو الانحراف المعيارى للقيم الأصلية نفسه. نفرض أن القيم الأصلية $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ .... $س_ن$، فإذا أضفنا المقدار الثابت أ على كل مفردة من المفردات السابقة فإنها تصبح:

$$س_١ + أ، س_٢ + أ، .... س_ن + أ$$

$$\text{ويصبح المتوسط الجديد} = \bar{\bar{س}} = \frac{مجـ س}{ن} + أ = \bar{س} + أ$$

حيث س هو المتوسط للبيانات الأصلية.

$$\text{ويصبح الانحراف المعيارى} = \bar{ع} = \sqrt{\frac{١}{ن}\ مجـ\ (س + أ - \bar{\bar{س}})^٢}$$

$$\bar{\bar{ع}} = \sqrt{\frac{١}{ن} \text{ مجـ } (س + أ - \bar{\bar{س}} - أ)^٢}$$

$$ع = \sqrt{\frac{١}{ن} \text{ مجـ } (س - \bar{س})^٢}$$

وبالمثل لو حذفنا قيمة ثابتة من كل مفردة من المفردات فإنها لن تؤثر فى قيمة الإنحراف المعيارى، وهذه الخاصية يمكن أن تستخدم فى تبسيط القيم إذا كانت كبيرة.

الخاصية الثانية :

إذا ضربنا جميع القيم فى مقدار ثابت أو قسمناها على مقدار ثابت، فإن الإنحراف المعيارى يتأثر بذلك. فإذا فرضنا أن لدينا البيانات $س_١$، $س_٢$، $س_٣$ .... $س_ن$ ووسطها الحسابى $\bar{س} = \frac{\text{مجـ س}}{ن}$

وانحرافها المعيارى = $\sqrt{\frac{١}{ن} \text{ مجـ } (س - \bar{س})^٢}$

فإذا ضربنا كل قيمة من قيم المتغير فى مقدار ثابت وليكن أ،

فيصبح الناتج: $أس_١$، $أس_٢$، $أس_٣$ .... $أس_ن$

ووسطها الحسابى $\bar{\bar{س}} = أ\bar{س}$

وانحرافها المعيارى $\bar{\bar{ع}} = \sqrt{\frac{١}{ن} \text{ مجـ } (س أ - \bar{\bar{س}})^٢} = أ ع$

وهذا يعنى أن الانحراف المعيارى للقيم بعد ضربها فى المقدار الثابت يساوى الانحراف المعيارى للقيم قبل عملية الضرب مضروباً فى المقدار الثابت.

$$\bar{\bar{ع}} = أ \times ع = أ ع$$

وللحصول على الانحراف المعيارى للقيم الأصلية نقسم الانحراف المعيارى الجديد على القيمة الثابتة أى أن $ع = \frac{\bar{ع}}{أ}$

مثال ذلك :

إذا كان لدينا درجات مجموعة من الطلاب هى ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢ ووسطها الحسابى ١٠ وانحرافها المعيارى ١,٤١٤ فإذا ضربت هذه القيم فى مقدار ثابت وليكن ٢ ينتج ١٦، ١٨، ٢٠، ٢٢، ٢٤

فإن الانحراف المعيارى لهذه القيم الجديدة

$$= \sqrt{\frac{١}{٥}\left(٢٠٤٠ - \frac{١٠٠٠٠}{٥}\right)} = \sqrt{\frac{١}{٥}\left(٢٠٤٠ - ٢٠٠٠\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{٤٠}{٥}} = \sqrt{٨} = \sqrt{٤ \times ٢} = ٢\sqrt{٢}$$

$$= ٢ \times ١,٤١٤ = ٢,٨٢٨$$

وهو نفس الانحراف المعيارى للقيم الأصلية مضروباً فى ٢ وهو المقدار الثابت.

الخاصية الثالثة :

مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى $\bar{س}$ تكون أصغر من مجموع مربعات الانحراف للقيم عن أى وسط فرضى آخر.

فالمطلوب إثبات أن $مجـ (س - \bar{س})^٢ < مجـ (س - أ)^٢$ حيث أن أ وسط فرضى ولا يساوى الوسط الحسابى $\bar{س}$ لذلك نفرض أن الوسط الفرضى أو المقدار الثابت أ.

$$\therefore مجـ (س - أ)^٢ = مجـ (س - \bar{س} + \bar{س} - أ)^٢ ،$$

إضافة $\bar{س}$ ، + $\bar{س}$ لا يغير من القيمة .

= مجـ [(س − $\bar{س}$) + ($\bar{س}$ − أ)]^{2}

= مجـ [(س − $\bar{س}$)^{2} + ($\bar{س}$ − أ)^{2} + ٢ (س − $\bar{س}$) ($\bar{س}$ − أ)]

= مجـ (س − $\bar{س}$)^{2}+ ن ($\bar{س}$ − أ)^{2}+ ٢ ($\bar{س}$ − أ) مجـ (س − $\bar{س}$)

ونظراً لأن مجـ (س − $\bar{س}$) = صفر

إذن مجـ (س − أ)^{2} = مجـ (س − $\bar{س}$)^{2} + ن ($\bar{س}$ − أ)^{2}

وهذا يعنى أن مجـ (س − أ)^{2} أكبر من مجـ ($\bar{س}$ − س)^{2} بمقدار ن ($\bar{س}$ − أ)^{2} أى أن مجـ (س − $\bar{س}$) < من مجـ (س − أ)^{2}

مثال ذلك :

إذا كان لدينا درجات خمسة طلاب هى ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢ وسطها الحسابى ١٠ فإن الإنحرافات = −٢، −١، صفر، ١، ٢

ومجموع مربعات هذه الانحرافات= ٤ + ١ + صفر + ١ + ٤= ١٠

بينما إذا أخذنا وسطاً فرضياً وليكن ١١ فإن إنحرافات الدرجات عن الوسط الفرضى على الترتيب = −٣، −٢، −١، صفر، ١، ومجموع مربعات هذه الانحرافات عن الوسط الفرضى = ٩، ٤، ١، صفر، ١ = ١٥.

ونستنتج من ذلك أن مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابى أقل من مجموع مربعات انحرافات القيم عن أى قيمة أخرى.

الخاصية الرابعة :

إذا كانت هناك عينتان حجم كل منهما $ن_1$، $ن_2$ وتباينهما $ع_1^2$، $ع_2^2$ ولهما نفس الوسط الحسابي $\bar{س}$ فإن التباين المشترك:

$$: \quad \frac{ن_1 \times ع_1^2 + ن_2 \times ع_2^2}{ن_1 + ن_2}$$

الخاصية الخامسة :

الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات أكبر من الانحراف المتوسط لها، ويمكن التحقق من ذلك من الأمثلة السابقة في الانحراف المتوسط والانحراف المعياري.

٢- إيجاد الانحراف المعياري من البيانات المبوبة :

يعتمد حساب الانحراف المعياري من البيانات المبوبة على مراكز الفئات، حيث نفترض أن القيم في كل فئة تأخذ قيماً متساوية هي مركز الفئة، أي أن مركز الفئة تكون قيمة مكررة بقدر عدد التكرارات المناظرة لها، ويمكن الحصول على الانحراف المعياري من البيانات المبوبة بالطرق الثلاث الآتية:

أ- الطريقة المطولة :

حيث يمكن الحصول على الانحراف المعياري باستخدام القانون الآتي:

$$: \quad \sqrt{\frac{1}{مجـ ك} [مجـ ك (س - \bar{س})^2]}$$

ويمكن وضع هذا القانون في الصيغة الآتية :

$$: \quad \sqrt{\frac{1}{مجـ ك} \left(مجـ س^2 ك - \frac{(مجـ س ك)^2}{مجـ ك} \right)}$$

مثال :

إذا كان لدينا البيانات الآتية :

الدرجة	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ –	٩٠ – ١٠٠	المجموع
(عدد الطلاب)	٨	١٢	١٦	١٠	٤	٥٠

والمطلوب إيجاد الانحراف المعيارى بالطريقة المطولة.

حساب الانحراف المعيارى

فئات / الدرجات	عدد الطلاب التكرارات (ك)	مراكز الفئات س	س ك	س² ك
٥٠ –	٨	٥٥	٤٤٠	٢٤٢٠٠
٦٠ –	١٢	٦٥	٧٨٠	٥٠٧٠٠
٧٠ –	١٦	٧٥	١٢٠٠	٩٠٠٠٠
٨٠ –	١٠	٨٥	٨٥٠	٧٢٢٥٠
٩٠ – ١٠٠	٤	٩٥	٣٨٠	٣٦١٠٠
المجموع	٥٠		٣٦٥٠	٢٧٣٢٥٠

$$ع = \sqrt{\frac{١}{مجـ ك}\left(مجـ س^٢ ك - \frac{(مجـ س ك)^٢}{مجـ ك}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥٠}\left(٢٧٣٢٥٠ - \frac{(٣٦٥٠)^٢}{٥٠}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥٠}\left(٢٧٣٢٥٠ - \frac{١٣٣٢٢٥٠٠}{٥٠}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥٠}(٢٧٣٢٥٠ - ٢٦٦٤٥٠)} = \sqrt{\frac{١}{٥٠}(٦٨٠٠)}$$

$$= \sqrt{١٣٦} = ١١,٦٦$$

ب- **الطريقة المختصرة فى الحصول على الانحراف المعيارى.**

وهذه الطريقة تعتمد على إختيار مقدار ثابت (وسط فرضى) ثم نحصل على انحرافات مراكز الفئات عن هذا المقدار الثابت، وذلك بطـرح الوسـط الفرضى (المقدار الثابت) من مراكز الفئات المختلفة وسـبق الإشـارة فـى خصائص الإنحراف المعيارى أن إضافة أو طرح مقدار ثابت لا يؤثر علـى قيمة الانحراف المعيارى ويصبح القانون الذى يستخدم هو:

$$ع = \sqrt{\frac{1}{مجـ ك}\left(مجـ ح^{2} ك - \frac{(مجـ ح ك)^{2}}{مجـ ك}\right)}$$ ،

مثال:

من البيانات السابقة أوجد الانحراف المعيـارى باسـتخدام الطريقـة المختصرة.

حساب الانحراف المعيارى

فئات / الدرجات	عدد الطلاب التكرارات (ك)	مراكز الفئات س	انحرافات مركز الفئات عن الوسط الفرضى ح	ح ك	ح² ك
٥٠ -	٨	٥٥	-٢٠	-١٦٠	٣٢٠٠
٦٠ -	١٢	٦٥	-١٠	-١٢٠	١٢٠٠
٧٠ -	١٦	٧٥	صفر	صفر	صفر
٨٠ -	١٠	٨٥	١٠	١٠٠	١٠٠٠
٩٠ - ١٠٠	٤	٩٥	٢٠	٨٠	١٦٠٠
المجموع	٥٠			-٢٨٠ +١٨٠	٧٠٠٠
				-١٠٠	

$$ع = \sqrt{\frac{1}{مجـ ك}\left(مجـ ح^{2} ك - \frac{(مجـ ح ك)^{2}}{مجـ ك} \right)} ،$$

$$= \sqrt{\frac{1}{50}\left(7000 - \frac{(-100)^{2}}{50} \right)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{50}\left(7000 - 200 \right)} = \sqrt{\frac{1}{50}\left(6800 \right)}$$

$$= \sqrt{136} = 11,66$$

وبمقارنة هذه النتيجة بالنتيجة التى حصلنا عليها باستخدام الطريقة المطولة لا نجد إختلاف بين القيمتين للإنحراف المعيارى.

جـ- الطريقة الاكثر إختصاراً فى الحصول على الإنحراف المعيارى:

وتعتمد هذه الطريقة على إختيار وسط فرضى (مقدار ثابت) ثم نطرح منه مراكز الفئات المختلفة لنحصل على انحرافات مراكز الفئات عن هذا المقدار الثابت، ثم نقسم الناتج على طول الفئة، ومن خصائص الانحراف المعيارى تعرفنا على أن قيمة الانحراف المعيارى لا تتأثر بإضافة أو حذف مقدار معين من مراكز الفئات ولكنه يتأثر بالضرب أو القسمة على مقدار ثابت، وعند القسمة على مقدار ثابت فيمكن الحصول على الانحراف المعيارى بضرب هذا المقدار الثابت فى الانحراف المعيارى الجديد.

والقانون الخاص بالانحراف المعيارى بالطريقة الأكثر اختصاراً:

$$ع = \sqrt{\frac{1}{مجـ ك}\left(مجـ \bar{ح}^{2} ك - \frac{(مجـ \bar{ح} ك)^{2}}{مجـ ك} \right)} × ل ،$$

مثال:

من البيانات السابقة أوجد قيمة الإنحراف المعيارى باستخدام الطريقة الأكثر إختصاراً.

حساب الإنحراف المعيارى

فئات الدرجات	عدد الطلاب التكرارات (ك)	مراكز الفئات س	انحرافات مركز الفئات عن الوسط الفرضى ح	الانحرافات المختصرة $\bar{ح} = \frac{ح}{ل}$	$\bar{ح}$ ك	$\bar{ح}^2$ ك
٥٠ -	٨	٥٥	٢٠-	٢-	١٦-	٣٢
٦٠ -	١٢	٦٥	١٠-	١-	١٢-	١٢
٧٠ -	١٦	٧٥	صفر	صفر	صفر	صفر
٨٠ -	١٠	٨٥	١٠	١	١٠	١٠
٩٠ - ١٠٠	٤	٩٥	٢٠	٢	٨	١٦
المجموع	٥٠				٢٨- ١٨+	٧٠
					١٠-	

$$ع = \sqrt{\frac{1}{مجـ ك}\left(مجـ\ \bar{ح}^2 ك - \frac{(مجـ\ \bar{ح} ك)^2}{مجـ ك}\right)} \times ل$$

حيث ل = طول الفئة

$$= 10\sqrt{\frac{1}{50}\left(70 - \frac{(-10)^2}{50}\right)} = 10\sqrt{\frac{1}{50}(70-2)}$$

$$= 10\sqrt{\frac{1}{50}(68)} = 10\sqrt{1.36} = 10\,(1.166) = 11.66$$

مقاييس *التشتت النسبى*:

المقاييس التى سبق شرحها تعتبر مقاييس للتشتت المطلق حيث أن لها تمييز وتأخذ تمييز الوحدات الأصلية ولذلك لا تصلح للمقارنة بين مجموعتين ذات وحدات قياس مختلفة، والمقارنة الصحيحة إما أنهـا تتطلـب أن تكـون وحدات القياس فى المجموعتين متشابهة أو استخدام مقياس آخر لا يعتمد على وحدات القياس إذا كانت وحدات القياس فى المجموعة الأولى تختلـف عـن

وحدات القياس فى المجموعة الثانية؛ فإذا أردنا مقارنة التشتت فـــى أطــوال مجموعة بالتشتت فى أعمار نفس المجموع، هنــا نلاحــظ أن التــشتت فــى الأطوال يقاس بالسنتيمترات، والتشتت فى الأعمار يقاس بالسنوات، ولذلك فإن الأمر يتطلب استخدام مقياس آخر هذا المقياس الآخر من مقــاييس التــشتت النسبى ويطلق عليه معامل الاخــتلاف Coefficient of Variation هــذا العامل = $\frac{ع}{\bar{س}}$، حيث أن ع الانحراف المعيارى، $\bar{س}$ هى الوسط الحــسابى، وبذلك يمكن مقارنة معامل الاختلاف فى المجموع الأولى بمعامل الاخــتلاف فى المجموعة الثانية.

مثال:

أوجد معامل الاختلاف للقيم ٤، ٥، ٦، ٧، ٨

الحل: نسعى إلى معرفة الوسط الحسابى لهذه القــيم $\bar{س}$ والانحــراف المعيارى لها.

$$\text{الوسط الحسابى} = \bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨}{٥} =$$

$$= \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

$$\text{الانحراف المعيارى } ع = \sqrt{\frac{١}{ن}\left(مجـ س^{٢} - \frac{(مجـ س)^{٢}}{ن}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥}\left(١٩٠ - \frac{(٣٠)^{٢}}{٥}\right)} = \sqrt{\frac{١}{٥}\left(١٩٠ - ١٨٠\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥}(١٠)} = \sqrt{٢} = ١,٤١٤$$

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{ع}{\bar{س}} = \frac{١,٤١٤}{٦} = ٠,٢٣٥٧$$

هذا المعامل ليس له تمييز وبذلك يصلح للمقارنة بين مجموعات ذات وحدات قياس مختلفة، هذا ويمكن أن نعبر عن معامل الاختلاف بنسبة مئوية.

ففى المثال السابق يصبح معامل الاختلاف =

$$= \frac{١,٤١٤}{٦} \times ١٠٠ = ٢٣,٥٧\%$$

وكذلك الحال يمكن حساب معامل الإختلاف للعينة وللمجتمع ككل حيث يصبح معامل الاختلاف للمجتمع $= \frac{\delta}{\mu} = \frac{\text{سيجما}}{\text{ميو}}$

ويمكن الحصول على معامل الاختلاف باستخدام الربيعين والوسيط

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{ر_٣ - ر_١}{٢\ (\text{الوسيط})} \times ١٠٠ \quad \text{أو} \quad \frac{ر_٣ - ر_١}{ر_٣ + ر_١} \times ١٠٠$$



الفصل السادس

الإرتباط والانحدار

Correlation



مقدمة :

عرضنا فى الفصول السابقة طرق دراسة ووصف مجموعة من قـيم متغير واحد مثل (درجات الطلاب أو أوزانهم، أو أجور مجموعة العمال)، ثم أوضحنا طرق عرض هذه البيانات فى جداول تكرارية، وعرضـها بيانيـاً، وناقشنا بعض المقاييس العددية التى تساعد على معرفـة بعـض خـصائص التوزيعات التكرارية، مثل مقاييس النزعة المركزية، ومقاييس التشتت، ومـن خلال ذلك لم نتناول البيانات الخاصة بظاهرتين سواء كانت مبوبـة أو غيـر مبوبة، لذلك سوف نعرض فى هذا الفصل دراسة العلاقة بين متغيرين بهدف التوصل إلى معرفة بعض المقاييس الإحصائية التى تساعدنا فى التعرف على درجة العلاقة بين متغيرين مثل العلاقة بين أعمار مجموعـة مـن الطـلاب ودرجاتهم، أو العلاقة بين درجات مجموعة من الطلاب فى مادتين من المواد الدراسية مثل مادتى الاجتماع وعلم النفس بمعنى أننا نريد أن نعرف مـا إذا كان درجات الطالب تزيد فى علم الاجتماع بزيادتها فى علم النفس أو العكس، أم أنه لا توجد بينهما علاقة محددة وتسمى العلاقة بين المتغيرين بالإرتبـاط وهذه العلاقة قد تأخذ صوراً متعددة فإذا أردنا دراسة العلاقة بـين درجـات الطالب فى مادة الإحصاء والاقتصاد، فلابد من معرفة درجات مجموعة مـن الطلاب فى المادتين معاً فإذا رمزنا لدرجات الطالب فى الإقتصاد بالرمز س، ودرجات الطالب فى الإحصاء بالرمز ص، وكانت مجموعة الطلاب مكونـة من خمس من طلاب الفرقة الأولى، وكانت على النحو التالى:

(س١ ، ص١)، (س٢ ، ص٢)، (س٣ ، ص٣)، (س٤ ، ص٤)، (س٥ ، ص٥)، فإننا نقوم برسم محورين أحدهما أفقى ويمثل قيم المتغيـر س (درجات الاقتصاد) والآخر رأسى ويمثل قيم المتغير ص (درجات الإحصاء).

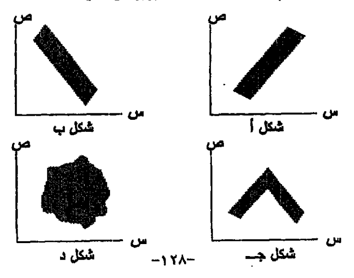
ثم نقوم بتعيين النقاط على هذا الرسم فإننا نحصل على شكل معين يطلق عليه شكل الانتشار (Scatter Diagram)، وقد يأخذ هذا الانتشار أشكالاً متعددة.

الشكل (أ): تكون فيه النقاط منتشرة حول خط مستقيم تزيد فيه قيم ص مع زيادة قيم س وهذا يدل على وجود علاقة خطية طردية بين المتغيرين (س، ص).

الشكل (ب): وفيه تكون النقاط منتشرة حول خط مستقيم وفيه تنقص قيم ص مع زيادة قيم س، ويدل ذلك على وجود علاقة خطية عكسية بين المتغيرين (س، ص).

الشكل (جـ): وفيه تكون النقاط منتشرة حول منحنى، ويدل على أن الاتجاه الذى يتجمع حوله النقاط (غير مستقيم) أو منحنياً ولذلك نقول أن العلاقة غير خطية من المتغيرين (س، ص).

الشكل (د): وفيه تكون النقاط منتشرة بدون ترابط حول اتجاه محدد مما يدل على عدم وجود علاقة بين المتغيرين س، ص.



ولدراسة العلاقة بين هذين المتغيرين نستخدم مقياساً لذلك يطلق عليه معامل الارتباط والفائدة من استخدام هذا المعامل هو إثبات وجود علاقة أو عدم وجودها وقياس درجتها، وجدير بالذكر أن وجود الارتباط بين المتغيرين لا يعتبر دليلاً على أن أحدهما يحدث نتيجة للآخر، أى أن التغير فى أحدهما تابع للتغير فى الآخر ولا ينشأ إلا بسببه إذ قد يكون هناك مؤثر آخر خارج هذين المتغيرين ويؤثر فيهما معاً فمثلاً ارتفاع درجات الطالب فى مادتى الإحصاء والاقتصاد لا يعنى أن أحدهما سبباً للآخر بل قد يكون ذلك راجعاً إلى عامل آخر وهو درجة ذكاء الطالب، فالطالب الذى يتمتع بدرجات ذكاء مرتفعة قد تكون هي المسئولة عن ارتفاع درجات الطالب فى هاتين المادتين.

الإرتباط الخطى لبيانات كمية غير مبوبة :

لدراسة العلاقة بين متغيرين فإننا نستخدم معامل الارتبـاط، وسوف نركز هنا على دراسة معامل الارتباط الخطى للبيانات الكمية غير المبوبة، ويسمى بقانون بيرسون للإرتباط ويأخذ الصيغة الأساسية الآتية:

$$\text{ر} = \frac{1}{\text{ن}}\ \text{مجـ}\ \frac{(\text{س} - \bar{\text{س}})(\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\text{ع س . ع ص}} \longleftarrow (1)$$

وهذا المعامل عبارة عن متوسط حاصل ضرب انحراف س، ص عن وسطيهما (مقيسه بوحدات عيارية) حيث أن ع س الانحراف المعيارى لقيم س، ع ص الانحراف المعيارى لقيم ص ومن الصيغة الأساسية لمعامل الارتباط السابقة يمكن اشتقاق عدة صيغ دون أن يؤثر ذلك فى قيمة معامل الارتباط.

$$\text{ر} = \frac{\frac{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})(\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\text{ن}}}{\text{ع س . ع ص}} \longleftarrow (2)$$

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})(\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\sqrt{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}\ \text{مجـ}(\text{ص} - \bar{\text{ص}})^{2}}}$$

يرجع الطالب إلى حساب $\text{ع}_{\text{س}}$ من بيانات غير مبوبة والتى صيغتها $\sqrt{\frac{1}{\text{ن}}\ \text{مجـ}\ (\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}}$ وكذلك حساب $\text{ع}_{\text{ص}}$ من بيانات غير مبوبة والتى صيغتها $\sqrt{\frac{1}{\text{ن}}\ \text{مجـ}\ (\text{ص} - \bar{\text{ص}})^{2}}$ حتى يتعرف على كيف تم التوصل إلى صيغة المقام فى الصيغة الثالثة لمعامل الارتباط .

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{(\text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}})\ (\text{مجـ ص}^{2} - \frac{(\text{مجـ ص})^{2}}{\text{ن}})} \longrightarrow (٤)$$

وهذه الصيغة العامة تعتبر أبسط فى العمليات الحسابية من الصيغ السابقة وقد إشتقت من الصيغة السابقة عليها على النحو التالى:

$\text{البسط} = \text{مجـ}\ (\text{س} - \bar{\text{س}})\ (\text{ص} - \bar{\text{ص}})$

$= \text{مجـ}\ (\text{س ص} - \text{س}\ \bar{\text{ص}} - \bar{\text{س}}\ \text{ص} + \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}})$

$= \text{مجـ س ص} - \bar{\text{ص}}\ \text{مجـ س} - \bar{\text{س}}\ \text{مجـ ص} + \text{ن}\ \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}}$

$= \text{مجـ س ص} - \text{ن}\ \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}} - \text{ن}\ \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}} + \text{ن}\ \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}}$

$= \text{مجـ س ص} - \text{ن}\ \bar{\text{س}}\ \bar{\text{ص}}$

$\text{البسط فى صورته الجديدة} = \text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}$

$\text{حيث أن}\ \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}\ ،\ \bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}}$

$$\therefore \text{ن} \, \bar{\text{س}} \, \bar{\text{ص}} = \text{ن} \left(\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} \times \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} \right)$$

$$\text{ن} \, \bar{\text{س}} \, \bar{\text{ص}} = \text{ن} \left(\frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}^{2}} \right)$$

$$= \text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}$$

$$\text{المقام} : \sqrt{\text{مجـ} (\text{س} - \bar{\text{س}})^{2} \ \text{مجـ} (\text{ص} - \bar{\text{ص}})^{2}}$$

$$\text{ومنه} : \text{مجـ} (\text{س} - \bar{\text{س}})^{2} = \text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}$$

$$\text{ومنه} : \text{مجـ} (\text{ص} - \bar{\text{ص}})^{2} = \text{مجـ ص}^{2} - \frac{(\text{مجـ ص})^{2}}{\text{ن}}$$

وبذلك تصبح الصورة العامة لمعامل الارتباط هي:

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\left(\text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}\right) \left(\text{مجـ ص}^{2} - \frac{(\text{مجـ ص})^{2}}{\text{ن}}\right)}$$

ومن أهم الملاحظات التي يمكن الخروج بها من معامل ارتباط بيرسون: أن معامل الارتباط محصور بين قمتين −١، +١ ، أن أصغر قيمة لمعامل الارتباط هى −١ وأكبر قيمة لمعامل الارتباط هى +١.

الإشارات الموجبة لمعامل الارتباط تدل على أن العلاقة بين المتغيرين علاقة طردية ومقدار هذه العلاقة يتحدد بالقيمة الموجبة لمعامل الارتباط، فإذا كان معامل الارتباط +١ كان ذلك دليل على أن الارتباط بين المتغيرين ارتباطاً طردياً تاماً، وإذا كان معامل الارتباط هو −١ فإن ذلك يدل على أن الارتباط بين المتغيرين ارتباطاً عكسياً تاماً، وإذا أخذ معامل الارتباط القيمة صفر دل ذلك على أن الارتباط بين المتغيرين يكون ارتباطاً منعدماً.

إذا كان التغير في قيم س في نفس اتجاه التغير في قيم ص كانت إشارة القيم العيارية للمتغيرين موجبة وبذلك يكون معامل الارتباط موجباً.

إذا كان التغير في قيم س في اتجاه مضاد للتغير في قيم ص كانت إشارة القيم العيارية مختلفة وبذلك يكون حاصل ضربهما كمية سالبة، وبذلك يكون معامل الارتباط سالباً، وإذا لم يكن هناك علاقة بين المتغيرين فإن بعض القيم لأحد المتغيرين تكون في اتجاه القيم المناظرة لها في المتغير الثاني، والبعض الآخر لقيم المتغير الأول يكون في اتجاه مضاد لقيم المتغير الثاني، وبذلك يكون معامل الارتباط مساوياً للصفر.

مثال:

أحسب معامل الارتباط بين درجات خمسة طلاب في مادتي الاقتصاد والاحصاء.

درجات الطالب (س) في الاحصاء	١	٢	٣	٤	٥	المجموع مجـ س = ١٥
درجات الطالب (ص) في الاقتصاد	٢	٤	٦	٨	١٠	مجـ ص = ٣٠

يمكن استخدام الصيغ المختلفة لإيجاد معامل الارتباط للتأكد من الحصول على نفس النتيجة.

الصيغة الأولى: $ر = \frac{١}{ن} مجـ \frac{(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{ع_س \times ع_ص}$

الحل:

يجب الحصول على الوسط الحسابي والانحراف المعياري لقيم س، ص

$$\bar{س} = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{١٥}{٥} = ٣$$

$$\bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

س	ص	(س − س̄)	(ص − ص̄)	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²
١	٢	−٢	−٤	٨	٤	١٦
٢	٤	−١	−٢	٢	١	٤
٣	٦	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٤	٨	١	٢	٢	١	٤
٥	١٠	٢	٤	٨	٤	١٦
١٥	٣٠			٢٠	١٠	٤٠

$$\text{ع س} = \sqrt{\frac{١}{\text{ن}}\ \text{مجـ}\ (\text{س} - \bar{\text{س}})^٢}$$

$$\text{ع ص} = \sqrt{\frac{١}{\text{ن}}\ \text{مجـ}\ (\text{ص} - \bar{\text{ص}})^٢}$$

$$\text{ع س} = \sqrt{\frac{١}{٥}\ (١٠)} \quad ،\ \text{ع ص} = \sqrt{\frac{١}{٥}\ (٤٠)}$$

$$\text{ع س} = \sqrt{٢} \quad ،\ \text{ع ص} = \sqrt{٨}$$

$$\therefore\ \text{ع س} \times \text{ع ص} = \sqrt{٢} \times \sqrt{٨} = \sqrt{١٦} = ٤$$

$$\text{ر} = \frac{١}{\text{ن}}\ \text{مجـ}\ \frac{(\text{س} - \bar{\text{س}})\ (\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\text{ع}_\text{س} \times \text{ع}_\text{ص}}$$

$$= \frac{١}{٥} = \left(\frac{٢٠}{٤}\right) = \frac{٢٠}{٢٠} = +١$$

وهذا يعنى أن الارتباط بين درجات الطلاب فـى المـادتين ارتباطـاً طردياً تاماً.

الصيغة الثانية :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})(\text{ص} - \bar{\text{ص}})}{\sqrt{\text{مجـ}(\text{س} - \bar{\text{س}})^{2}\ \text{مجـ}(\text{ص} - \bar{\text{ص}})^{2}}}$$

$$= \frac{\text{٢٠}}{\sqrt{\text{١٠} \times \text{٤٠}}} = \frac{\text{٢٠}}{\sqrt{\text{٤٠٠}}} = \frac{\text{٢٠}}{\text{٢}} = \text{١}+$$

الصيغة الثالثة :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^{2} - \frac{(\text{مجـ ص})^{2}}{\text{ن}}\right)}}$$

حيث ن تمثل عدد أزواج القيم.

س	ص	س ص	س^{2}	ص^{2}
١	٢	٢	١	٤
٢	٤	٨	٤	١٦
٣	٦	١٨	٩	٣٦
٤	٨	٣٢	١٦	٦٤
٥	١٠	٥٠	٢٥	١٠٠
١٥	٣٠	١١٠	٥٥	٢٢٠

$$\text{ر} = \frac{\text{١١٠} - \frac{\text{١٥} \times \text{٣٠}}{\text{٥}}}{\sqrt{\left(\text{٥٥} - \frac{(\text{١٥})^{2}}{\text{٥}}\right)\left(\text{٢٢٠} - \frac{(\text{٣٠})^{2}}{\text{٥}}\right)}}$$

$$= \frac{\text{١١٠} - \text{٩٠}}{\sqrt{(\text{٥٥} - \text{٤٥})(\text{٢٢٠} - \text{١٨٠})}} = \frac{\text{٢٠}}{\sqrt{\text{١٠} \times \text{٤٠}}} = \frac{\text{٢٠}}{\text{٢٠}} = \text{١}+$$

ويمكن تبسيط هذه البيانات بأخذ وسط فرضي أو مقدار نطـرح منـه قيمة س، وقيمة ص.

س	ص	$ح_س$(س-١٠)	$ح_ص$(ص-١٠)	$ح_س ح_ص$	$ح^٢_س$	$ح^٢_ص$
١٣	١٥	٣	٥	١٥	٩	٢٥
٩	٧	١-	٣-	٣	١	٩
١٩	١٧	٩	٧	٦٣	٨١	٤٩
١٥	١٥	٥	٥	٢٥	٢٥	٢٥
١١	١٠	١	صفر	صفر	١	صفر
٨	٩	٢-	١-	٢	٤	١
١٦	١٤	٦	٤	٢٤	٣٦	١٦
١١	١٠	١	صفر	صفر	١	---
		٢٢	١٧	١٣٢	١٥٨	١٢٥

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ } ح_س ح_ص - \frac{\text{مجـ } ح_س \times \text{مجـ } ح_ص}{ن}}{\sqrt{\left(\text{مجـ } ح^٢_س - \frac{(\text{مجـ } ح_س)^٢}{ن}\right)\left(\text{مجـ } ح^٢_ص - \frac{(\text{مجـ } ح_ص)^٢}{ن}\right)}}$$

$$= \frac{١٣٢ - \frac{١٧ \times ٢٢}{٨}}{\sqrt{\left(١٥٨ - \frac{(٢٢)^٢}{٨}\right)\left(١٢٥ - \frac{(١٧)^٢}{٨}\right)}}$$

$$= \frac{١٣٢ - ٤٦{,}٧٥}{\sqrt{(١٥٨ - ٦٠{,}٥)(١٢٥ - ٣٦{,}١٢٥)}}$$

$$= \frac{٨٥{,}٢٥}{\sqrt{٩٧{,}٥ \times ٨٨{,}٨٧٥}} = \frac{٨٥{,}٢٥}{٩٣{,}٠٨٨} = ٠{,}٩٢$$

وبذلك يتضح أن أخذ مقدار ثابت وطرحه من قيمة س، وقيمة ص، لم يغير من معامل الارتباط.

مثال:

الجدول التالى يبين درجات مجموعة من الطلاب عددهم ثمانية فى كل من مادتى الاحصاء والرياضيات فى أحد الامتحانات لأعمال السنة، هل هناك علاقة بين تحصيل الطلاب فى المادتين.

الاحصاء س	١٣	٩	١٩	١٥	١١	٨	١٦	١١
الرياضيات ص	١٥	٧	١٧	١٥	١٠	٩	١٤	١٠

الحل:

$$ر = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{ن}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{٢} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{ن}\right)\left(\text{مجـ ص}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{ن}\right)}}$$

المطلوب معرفة المجاهيل الآتية :

مجـ س ص   مجموع حاصل ضرب القيم السينية فى القيم الصادية

مجـ س   مجموع القيم السينية

مجـ ص   مجموع القيم الصادية

مجـ س²   مجموع مربعات القيم السينية

مجـ ص²   مجموع مربعات القيم الصادية

(مجـ س)²   مربع مجموع القيم السينية

(مجـ ص)²   مربع مجموع القيم الصادية

س	ص	س ص	س$^{\text{٢}}$	ص$^{\text{٢}}$
١٣	١٥	١٩٥	١٦٩	٢٢٥
٩	٧	٦٣	٨١	٤٩
١٩	١٧	٣٢٣	٣٦١	٢٨٩
١٥	١٥	٢٢٥	٢٢٥	٢٢٥
١١	١٠	١١٠	١٢١	١٠٠
٨	٩	٧٢	٦٤	٨١
١٦	١٤	٢٢٤	٢٥٦	١٩٦
١١	١٠	١١٠	١٢١	١٠٠
١٠٢	٩٧	١٣٢٢	١٣٩٨	١٢٦٥

$$\text{ر} = \frac{\text{١٣٢٢} - \frac{\text{٩٧} \times \text{١٠٢}}{\text{٨}}}{\sqrt{\left(\text{١٣٩٨} - \frac{(\text{١٠٤٠٤})^{\text{٢}}}{\text{٨}}\right)\left(\text{١٢٦٥} - \frac{\text{٩٤٠٩}}{\text{٨}}\right)}}$$

$$= \frac{\text{١٣٢٢} - \text{١٢٣٦,٧٥}}{\sqrt{(\text{١٣٩٨} - \text{١٣٠٠,٥})(\text{١٢٦٥} - \text{١١٧٦,١٢٥})}}$$

$$= \frac{\text{٨٥,٢٥}}{\sqrt{\text{٩٧,٥} \times \text{٨٨,٨٧٥}}} = \frac{\text{٨٥,٢٥}}{\text{٩٣,٠٨٨}} = \text{٠,٩٢}$$

الإرتباط الخطى لبيانات كمية مبوبة
معامل ارتباط بيرسون

لقد أوضحنا كيفية حساب معامل الارتباط لعدد قليل من القيم إلا أن الأمر يختلف إذا كان عدد القيم كبيراً حيث يصبح حساب معامل الارتباط أكثر تعقيداً، ولتبسيط ذلك يجب وضع هذه البيانات فى جدول تكرارى مزدوج

ويمكن حساب معامل الارتباط من الجداول التكرارية باستخدام القانون الآتى:

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص ك} - \dfrac{\text{مجـ س ك} \times \text{مجـ ص ك}}{\text{مجـ ك}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{٢}\text{ك} - \dfrac{(\text{مجـ س ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right)\left(\text{مجـ ص}^{٢}\text{ك} - \dfrac{(\text{مجـ ص ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right)}}$$

وهناك صيغة مختصرة :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ } \bar{\text{ح}}_{\text{س}} \bar{\text{ح}}_{\text{ص}} \text{ ك} - \dfrac{\text{مجـ } \bar{\text{ح}}_{\text{س}}\text{ ك} \times \text{مجـ } \bar{\text{ح}}_{\text{ص}}\text{ ك}}{\text{مجـ ك}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ } \bar{\text{ح}}^{٢}_{\text{س}}\text{ ك} - \dfrac{(\text{مجـ } \bar{\text{ح}}_{\text{س}}\text{ ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right)\left(\text{مجـ } \bar{\text{ح}}^{٢}_{\text{ص}}\text{ ك} - \dfrac{(\text{مجـ } \bar{\text{ح}}_{\text{ص}}\text{ ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right)}}$$

مثال:

أوجد معامل الارتباط لدرجات أعمال السنة (س) ٢٥ طالب وطالبة فى مادة الإحصاء، ودرجاتهم فى الامتحان النهائى (ص).

ص \ س	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ – ٥٠	المجموع
٢ –	١	٢			٣
٤ –	٢	٣	٢	١	٨
٦ –		٤	٣	٥	١٢
٨ – ١٠			١	١	٢
المجموع	٣	٩	٦	٧	٢٥

الحل :

لحساب معامل الارتباط لمتغيرين أو ظاهرتين من بيانات مبوبة، يجب أن تحدد المجاهيل فى قانون الارتباط ثم نبحث عنها ونحدد كيفية التوصل

إليها، مع ملاحظة يمكن استخدام الطريقة المختصرة أو الطريقة الأكثر اختصاراً فالمجاهيل التى تتعلق بالمتغير س يمكن الحصول عليها من جدول هامشى وكذلك الحال بالنسبة للمتيغر ص، فالمجاهيل المطلوب التوصل إليها قبل تطبيق القانون هى:

مجـ $\bar{ح}_{س}$ ك ، مجـ $\bar{ح}^{2}_{س}$ ك ، ويمكن الحصول عليها من الجدول الهامش للمتغير س.

مجـ $\bar{ح}_{ص}$ ك ، مجـ $\bar{ح}^{2}_{ص}$ ك ، ويمكن الحصول عليها من الجدول الهامش للمتغير ص.

ويتبقى مجـ س ص ك وسوف نحدد فيما بعد كيف يمكن التوصل إليها.

التوزيع الهامش للمتغير س

فئات س	عدد الطلاب ك	مراكز الفئات	$ح_{س}$ (س-أ)	$\bar{ح}_{س}$ = $\frac{(ح_{س})}{ل}$	$\bar{ح}_{س}$ ك	$\bar{ح}^{2}_{س}$ ك
١٠-	٣	١٥	-١٠	-١	-٣	٣
٢٠-	٩	٢٥	صفر	صفر	صفر	صفر
٣٠-	٦	٣٥	١٠	١	٦	٦
٤٠ - ٥٠	٧	٤٥	٢٠	٢	١٤	٢٨
المجموع	٢٥				١٧	٣٧

وقد استخدمت فى هذا الجدول الطريقة الأكثر اختصاراً حيث طرح مقدار ثابت من مراكز فئات المتغير س فحصلنا على $ح_{س}$ أى انحرافات مراكز فئات س عن المقدار الثابت ثم قسم الناتج على طول الفئة فأمكن

الحصول على ح̄ص أى الانحرافات المختصرة واستكمل الجدول من أجل الحصول على قيم مجـ ح̄ص ك ، مجـ ح̄²ص ك، وبلغت ١٧، ٣٧ على الترتيب.

التوزيع الهامش للمتغير ص

فئات س	عدد الطلاب ك	مراكز الفئات	حص	ح̄ص	ح̄ص ك	ح̄²ص ك
٢-	٣	٣	-٤	-٢	-٦	١٢
٤-	٨	٥	-٢	-١	-٨	٨
٦-	١٢	٧	صفر	صفر	صفر	صفر
٨ - ١٠	٢	٩	٢	١	٢	٢
المجموع	٢٥				-١٢	٢٢

وبذلك حصلنا على قيمتى ح̄ص ك، ح̄²ص ك، وبلغت -١٢، ٢٢.

ولحساب مجـ حس حص ك نستخدم حس، حص والتكرارات فى الجدول المزدوج، حيث حس هى الانحرافات المختصرة لقيم س، حص هى الانحرافات المختصرة لقيم ص.

ثم تضع قيمة ح̄س قبل الصف الأول من الجدول المزدوج وهذه القيم -١، صفر، ١، ٢ ونضع قيم ح̄ص قبل العمود الأول من الجدول المزدوج وهذه القيم -٢، -١، صفر، ١ ثم نضرب قيم ح̄س × ح̄ص × تكرار الخلية ونضع الناتج فى إحدى زوايا الخلية مثال ذلك فالخلية الأولى من الجدول المزدوج فيها ح̄س = -١، ح̄ص = -٢ وتكرار هذه الخلية هو (١).

وبضرب القيم الثلاثة ح̄س × ح̄ص × ك = -١ × -٢ × ١ = ٢ ثم نضع هذه القيمة فى إحدى زوايات الخلية وتستمر عملية الضرب لكل الخلايا

فى الجدول المزدوج، مع اعتبار أن الخلايا التى ليس بها تكرار تكون مساوية للصفر ثم تجمع كل القيم الموجودة فى زوايا الخلايا فينتج لدينا مجـ $\bar{ح}_س \bar{ح}_ص$ك.

$ح_ص$ انحرافات ص	ص \ س	١٠-	٢٠-	٣٠-	٤٠-٥٠	المجموع
$ح_ص$ انحراف س		١ -	صفر	٤	٢	
٢ -	٢ -	(٢) ١	(صفر) ٣			٣
١-	٤ -	(٢) ٢	(صفر) ٣	(٢-) ٢	(٢-) ١	٨
صفر	٦ -		(صفر) ٤	(صفر) ٣	(صفر) ٥	١٢
١	٨-١٠			(١) ١	(٢) ١	٢
	المجموع	٣	٩	٦	٧	٢٥

$$\text{مجـ } \bar{ح}_س \bar{ح}_ص \text{ك} = ٢ + ٢ - ٢ - ٢ + ١ + ٢ = ٣$$

$$ر = \frac{\text{مجـ } \bar{ح}_س \bar{ح}_ص \text{ ك} - \frac{\text{مجـ } \bar{ح}_س \text{ك} \times \text{مجـ } \bar{ح}_ص \text{ك}}{\text{مجـ ك}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ } \bar{ح}_س^{٢} \text{ ك} - \frac{(\text{مجـ } \bar{ح}_س \text{ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right)\left(\text{مجـ } \bar{ح}_ص^{٢} \text{ك} - \frac{(\text{مجـ } \bar{ح}_ص \text{ك})^{٢}}{\text{مجـ ك}}\right)}}$$

$$ر = \frac{٣ - \frac{١٧ \, (-١٢)}{٢٥}}{\sqrt{\left(٣٧ - \frac{(١٧)^{٢}}{٢٥}\right)\left(٢٢ - \frac{(-١٢)^{٢}}{٢٥}\right)}}$$

$$= \frac{٣ + ٨,١٦}{\sqrt{(٣٧ - ١١,٠٥٦)\,(٢٢ - ٥,٧٦)}}$$

$$\therefore = \frac{١١,١٦}{\sqrt{(٢٥,٤٤) \times (١٦,٢٤)}} = \frac{١١,١٦}{٢٠,٣٣} = ٠,٥٥$$

مثال آخر :

أوجد معامل الارتباط لدرجات الطلاب فى كل من مادتى الاحــصاء والاقتصاد.

درجات الاحصاء س / درجات الاقتصاد ص	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
٥٠-	٤	٢				٦
٦٠-	٣	٥	١			٩
٧٠-	١	٢	٨	٣		١٤
٨٠-		١	٣	٨	١	١٣
٩٠-١٠٠			١		٧	٨
المجموع	٨	١٠	١٣	١١	٨	٥٠

من التوزيع الهامشى للمتغير س يمكن الحصول على قيمة مجـ $\bar{ح}_س$ ك، مجـ $\bar{ح}^٢_س$ ك، ومن التوزيع الهامشى للمتغير ص يمكن الحصول على قيم مجـ $\bar{ح}_ص$ ك ، مجـ $\bar{ح}^٢_س$ ك، ثـم نحـصل علـى قـيم مجـ س ص ك بالخطوات التى سبق استخدامها.

التوزيع الهامش للمتغير س

فئات الدرجات	التكرارات ك عدد الطلاب	مراكز الفئات	حس	$\bar{ح}_{س}$	$\bar{ح}_{س}$ ك	$\bar{ح}^{2}_{س}$ ك
٥٠-	٨	٥٥	-٢٠	-٢	-١٦	٣٢
٦٠-	١٠	٦٥	-١٠	-١	-١٠	١٠
٧٠-	١٣	٧٥	صفر	صفر	صفر	صفر
٨٠-	١١	٨٥	١٠	١	١١	١١
٩٠-١٠٠	٨	٩٥	٢٠	٢	١٦	٣٢
المجموع	٥٠				١	٨٥

التوزيع الهامش للمتغير ص

فئات الدرجات	التكرارات ك عدد الطلاب	مراكز الفئات	حص	$\bar{ح}_{ص}$	$\bar{ح}_{ص}$ ك	$\bar{ح}^{2}_{ص}$ ك
٥٠-	٦	٥٥	-٢٠	-٢	-١٢	٢٤
٦٠-	٩	٦٥	-١٠	-١	-٩	٩
٧٠-	١٤	٧٥	صفر	صفر	صفر	صفر
٨٠-	١٣	٨٥	١٠	١	١٣	١٣
٩٠-١٠٠	٨	٩٥	٢٠	٢	١٦	٣٢
المجموع	٥٠				٨	٧٨

انحراف ص / ح س		-٢	-١	صفر	١	٢	
ح س / انحراف س ص	س / ص	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-١٠٠	المجموع
-٢	٥٠-	١٦ ٤	٤ ٢				٦
-١	٦٠-	٦ ٣	٥ ٥	صفر ١			٩
صفر	٧٠-	صفر ١	صفر ٣	صفر ٨	صفر ٣		١٤
١	٨٠-		-١ ١	صفر ٣	٨ ٨	٢ ١	١٣
٢	٩٠-١٠٠			صفر ١		٢٨ ٧	٨
	المجموع	٨	١٠	١٣	١١	٨	٥٠

مجـ $\bar{ح}_ص \bar{ح}_س$ ك = ١٦+ ٦ + ٤ + ٥ - ١ + ٨ + ٢ + ٢٨ = ٦٨

$$ر = \frac{\text{مجـ } \bar{ح}_ص \bar{ح}_س \text{ ك} - \frac{\text{مجـ } \bar{ح}_س \text{ ك} \times \text{مجـ } \bar{ح}_ص \text{ ك}}{\text{مجـ ك}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ } \bar{ح}_ص^2 \text{ ك} - \frac{(\text{مجـ } \bar{ح}_ص \text{ ك})^2}{\text{مجـ ك}}\right)\left(\text{مجـ } \bar{ح}_س^2 \text{ ك} - \frac{(\text{مجـ } \bar{ح}_س \text{ ك})^2}{\text{مجـ ك}}\right)}}$$

$$ر = \frac{٦٨ - \frac{٨}{٥٠}}{\sqrt{\left(٨٥ - \frac{١}{٥٠}\right)\left(٧٨ - \frac{٦٤}{٥٠}\right)}}$$

$$= \frac{٦٨ - ٠,١٦}{\sqrt{(٨٥ - ٠,٠٢)(٧٨ - ١,٢٨)}}$$

$$= \frac{٧٦,٨٤}{\sqrt{(٨٤,٩٨) \times (٧٦,٧٢)}} = \frac{٦٧,٨٤}{٨٠,٧٤} = ٠,٨٤$$

ص \ س	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	-٩٠ ١٠٠	المجموع	مراكز الفئات	ح ص	ح̄ ص	ح̄ ص ك	ح̄² ص ك	ح̄ ص ح̄ س ك
-٥٠	٤ (١٦)	٢ (٤)				٩	٥٥	-٢٠	-٢	-١٢	٢٤	٢٠
-٦٠	٣ (٦)	٥ (٥)	١ (صفر)			٩	٦٥	-١٠	-١	-٩	٩	١١
-٧٠	١ (صفر)	٢ (صفر)	٨ (صفر)	٣ (صفر)		١٤	٧٥	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
-٨٠		١ (-١)	٣ (صفر)	٨ (٨)	١ (٢)	١٣	٨٥	١٠	١	١٣	١٣	٩
-٩٠ ١٠٠			١ (صفر)		٧ (٢٨)	٨	٩٥	٢٠	٢	١٦	٣٢	٢٨
المجموع	٨	١٠	١٣	١١	٨	٥٠				٨	٧٨	٦٨
مراكز الفئات	٥٥	٦٥	٧٥	٨٥	٩٥							
ح س	-٢٠	-١٠	صفر	١٠	٢٠							
ح̄ س	-٢	-١	صفر	١	٢							
ح̄ س ك	-١٦	-١٠	صفر	١١	١٦	١						
ح̄² س ك	٣٢	١٠	صفر	١١	٣٢	٨٥						
ح̄ س ح̄ ص ك	٢٢	٨	صفر	٨	٣٠	٦٨						

وباستخدام معامل الارتباط نحصل على نفس النتيجة السابقة.

الارتباط لبيانات وصفية :

عرضنا معامل الارتباط الخطى (لبيرسون) والذى يقيس مقدار قـوة الارتباط بين متغيرين وذلك فى حالة البيانات الكمية فقط، كما أن نتائجـه لا تكون دقيقة إذا كان عدد قيم المتغير س، والمتغير ص أقل من ثلاثـين لـذلك كان لابد من البحث عن معاملات أخرى للإرتباط بين متغيرين على صـورة بيانات وصفية يمكن وصفها فى صورة ترتيبية مثل تقديرات الطـلاب فـى مادتين مختلفتين، ففى هذه الحالة لا يصلح استخدام معامل بيرسون للإرتبـاط وهذا المقياس الذى يوضح قوة الإرتباط للبيانات الوصفية يطلق عليه معامـل ارتباط سبيرمان Spearman وهذا المقياس بالإضافة إلـى اسـتخدامه مـع البيانات الوصفية فإنه يستخدم مع البيانات التى لها صفة الترتيب.

ومعامل سبيرمان لإرتباط الرتب هو:

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^٢}{ن (ن^٢ - ١)}$$

حيث ن عدد أزواج القيم، ف^٢ مربعات الفروق بين الرتب فى المتغيرين.

أمثلة حول ترتيب القيم وإعطائها الرتب المختلفة :

* **أوجد رتب القيم الآتية للمتغير س :**

قيم س : ٥ ، ١٠ ، ٤ ، ٨ ، ٦

ترتب هذه القيم تنازلياً أو تصاعدياً ثم إعطائها الرتب الخاصة بها.

قيم س	١٠	٨	٦	٥	٤
رتب القيم	١	٢	٣	٤	٥

* أوجد رتب القيم الآتية للمتغير س :

قيم س: ٥ ، ١٠ ، ٨ ، ٥ ، ٦

ترتب القيم تنازلياً أو تصاعدياً ثم تعطى الرتب الخاصة بها.

قيم س	١٠	٨	٦	٥	٥
رتب القيم	١	٢	٣	٤,٥	٤,٥

حيث أن القيمتين الأخيرتين من قيم س وهما ٥ ، ٥ يحصلان على رتب = متوسط رتبهما = $\frac{٤ + ٥}{٢}$ = ٤,٥

وعند حساب معامل سبيرمان للإرتباط بين قيم متغيرين فعند وضع الرتب وفق الترتيب التنازلى لقيم أحد المتغيرين، تضع أيضاً الرتب وفق الترتيب التنازلى لقيم المتغير الثانى.

مثال :

أحسب معامل ارتباط سبيرمان للبيانات الآتية :

س	١٠	١٥	١٦	١٩	٢٠	١٤	١٣	١٥	١٧	١٨
ص	٢٢	٣٧	٤٢	٦٥	٦٧	٧٧	٦٥	٨٤	٦٦	٧٤

قيم س	قيم ص	رتب س	رتب ص	ف الفروق	ف²
١٠	٢٢	١٠	١٠	صفر	صفر
١٥	٣٧	٦,٥	٩	٢,٥-	٦,٢٥
١٦	٤٢	٥	٨	٣-	٩
١٩	٦٥	٢	٦,٥	٤,٥-	٢٠,٢٥
٢٠	٦٧	١	٤	٣-	٩
١٤	٧٧	٨	٢	٦	٣٦
١٣	٦٥	٩	٦,٥	٢,٥	٦,٢٥
١٥	٨٤	٦,٥	١	٥,٥	٣٠,٢٥
١٧	٦٦	٤	٥	١-	١
١٨	٧٤	٣	٣	صفر	صفر
	مج ف²				١١٨

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^٢}{ن (ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{١١٨ \times ٦}{١٠ (١٠٠ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٧٠٨}{٩٩٠} = ١ - ٠,٧١٥ = ٠,٢٨٥$$

وهو رتباط طردى ضعيف أو صغير بين قيم س ، ص.

مثال :

فيما يلى تقديرات عشرة من الطلبة فى امتحان الخدمة الاجتماعية، وعلم الاجتماع والمطلوب حساب معامل الارتباط بين تقدير المادتين.

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
تقديرات الخدمة الاجتماعية	ض ج	مقبول	ممتاز	مقبول	ضعيف	ج ج	جيد	ضعيف	مقبول	مقبول
تقديرات علم الاجتماع	مقبول	جيد	ج ج	مقبول	جيد	مقبول	ممتاز	ض ج	ضعيف	ج ج

نحدد رتب تقديرات الطلاب فى المادتين

الطالب	تقديرات الخدمة الاجتماعية	تقديرات علم الاجتماع	رتب الطلاب فى الخدمة الاجتماعية	رتب الطلاب فى علم الاجتماع	ف	ف²
١	ضعيف جداً	مقبول	١٠	٧	٣	٩
٢	مقبول	جيد	٥,٥	٤,٥	١	١
٣	ممتاز	جيد جداً	١	٢,٥	١,٥-	٢,٢٥
٤	مقبول	مقبول	٥,٥	٧	١,٥-	٢,٢٥
٥	ضعيف	جيد	٨,٥	٤,٥	٤	١٦
٦	جيد جداً	مقبول	٢	٧	٥-	٢٥
٧	جيد	ممتاز	٣	١	٢	٤
٨	ضعيف	ضعيف جداً	٨,٥	١٠	١,٥-	٢,٢٥
٩	مقبول	ضعيف	٥,٥	٩	٣,٥-	١٢,٢٥
١٠	مقبول	جيد جداً	٥,٥	٢,٥	٣	٩
			مجـ ف²			٨٣

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ ف}^٢}{ن(ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ٨٣}{١٠ (٩٩)}$$

$$= ١ - \frac{٤٩٨}{٩٩٠} = ١ - ٠,٥٠٣ = ٠,٤٩٧$$

وهو رتباط طردى دون المتوسط بين المتغيرين.

مثال :

من خلال دراسة قام بها أحد الأخصائيين الاجتماعيين لحالات عشر أسر مختلفة فى أحد أحياء الإسكندرية وتعرف من خلال الدراسة على الحالة التعليمية لأرباب الأسر، والمستوى الاقتصادى لأسرهم حيث اتضح أن:

الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الحالة التعليمية لأرباب الأسر	يقرأ ويكتب	تعليم متوسط	أمى	تعليم عالى	أمى	يقرأ ويكتب	تعليم عالى	أمى	تعليم متوسط	يقرأ ويكتب
المستوى الاقتصادى للأسرة	متوسط	فوق المتوسط	منخفض	عالى	متوسط	متوسط	فوق المتوسط	متوسط	عالى	منخفض

رقم الأسرة	الحالة التعليمية	المستوى الاقتصادى	رتب المستوى التعليمى	رتب المستوى الاقتصادى	ف	ف²
١	يقرأ ويكتب	متوسط	٦	٦,٥	٠,٥	٠,٢٥
٢	تعليم متوسط	فوق المتوسط	٣,٥	٣,٥	صفر	صفر
٣	أمى	منخفض	٩	٩,٥	٠,٥	٠,٢٥
٤	تعليم عالى	عالى	١,٥	١,٥	صفر	صفر
٥	أمى	متوسط	٩	٦,٥	٢,٥	٦,٢٥
٦	يقرأ ويكتب	متوسط	٦	٦,٥	٠,٥	٠,٢٥
٧	تعليم عالى	فوق المتوسط	١,٥	٣,٥	٢	٤
٨	أمى	متوسط	٩	٦,٥	٢,٥	٦,٢٥
٩	تعليم متوسط	عالى	٣,٥	١,٥	٢	٤
١٠	يقرأ ويكتب	منخفض	٦	٩,٥	٣,٥	١٢,٢٥
			مجـ ف²			٣٥

$$\text{ر} = \text{١} - \frac{\text{٦ مجـ ف}^2}{\text{ن (ن}^2 - \text{١)}} = \text{١} - \frac{\text{٦} \times \text{٣٥}}{\text{١٠ (٩٩)}}$$

$$= \text{١} - \frac{\text{٢١٠}}{\text{٩٩٠}} = \text{١} - \text{٠,٢١٢} = \text{٠,٧٨٨}$$

ويدل ذلك على وجود ارتباط طردى قوى بين المتغيرين.

الارتباط لبيانات وصفية مبوبة:

لقياس الارتباط بين ظاهرتين وصفيتين مبوبة نستخدم نوعين من المقاييس هما معامل الاقتران، ومعامل التوافق.

* **معامل الاقتران Coefficient of Association:**

يستخدم معامل الاقتران لقياس قوة الارتباط بين ظاهرتين كل ظاهرة منهما ذات صفتين فقط، وهذا يعنى أن بيانات الظاهرتين موضوعة فى جدول مزدوج بسيط مقسم إلى قسمين لكل ظاهرة من الظاهرتين (أى أن يكون لدينا أربع خلايا).

مثل دراسة العلاقة أو قوة الارتباط بين ظاهرة التفكك الأسرى وانحراف الأحداث، أو بين ظاهرة التدخين، والإصابة بالأمراض الصدرية، أو العلاقة بين ظاهرة التعليم، والبطالة.

فإذا أردنا حساب معامل الارتباط بين الظاهرتين فإنه يمكن ذلك باستخدام معامل الاقتران وهو:

معامل الاقتران = $\frac{\text{أ د - ب جـ}}{\text{أ د + ب جـ}}$ وهذا المعامل ينحصر بين -١، +١.

مثال :

الجدول الآتى يبين عدد الأشخاص المتعلمين وغير المتعلمين موزعين حسب ممارستهم لعادة التدخين، والمطلوب حساب معامل الاقتران.

التعليم / التدخين	متعلم	غير متعلم	المجموع
يدخن	(أ) ٧	(ب) ٢١	٢٨
لا يدخن	(جـ) ١٨	(د) ١٤	٣٢
المجموع	٢٥	٣٥	٦٠

ب	أ
د	جـ

$$\text{معامل الاقتران} = \frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{أ د} + \text{ب جـ}}$$

$$= \frac{(٧ \times ١٤) - (١٨ \times ٢١)}{(٧ \times ١٤) + (١٨ \times ٢١)} = \frac{٩٨ - ٣٧٨}{٩٨ + ٣٧٨}$$

$$= \frac{-٢٨٠}{٤٧٦} = -٠,٥٨٨.$$

وهذا يعنى أن العلاقة بين التعلم والتدخين عكسية.

• معامل *التوافق* **Contingency Cofficient** :

يستخدم هذا العامل إذا كانت بيانات الظاهرتين التى لدينا عبارة عن بيانات وصفية لكل منهما أو وصفية لأحدهما وكمية للأخرى وكانت مقسمة إلى أكثر من نوعين (أى أن الجدول يحتوى على أكثر من أربع خانات أو أربع خلايا) خاصة وأن معامل الاقتران لا يصلح فى هذه الحالة.

$$\text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{\text{جـ} - ١}{\text{جـ}}}$$

حيث جـ هى حاصل جمع مربع تكرار كل خلية مقسوماً على حاصل ضرب الصف × العمود الذى يحتوى على الخلية.

مثال :

الجدول الآتى يبين توزيع ٥٠ شخص حسب مستوى التعليم والعمالة.

التعليم \ العمل	يعمل	متعطل	المجموع
تعليم عالى	٧	٣	١٠
تعليم متوسط	١٢	١٣	٢٥
أمى	١١	٤	١٥
المجموع	٣٠	٢٠	٥٠

والمطلوب إيجاد معامل التوافق.

$$\text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{\text{ج} - ١}{\text{ج}}}$$

$$\text{ج} = \frac{(٧)^{٢}}{١٠ \times ٣٠} + \frac{(٣)^{٢}}{١٠ \times ٢٠} + \frac{(١٢)^{٢}}{٢٥ \times ٣٠} + \frac{(١٣)^{٢}}{٢٥ \times ٢٠}$$

$$+ \frac{(١١)^{٢}}{١٥ \times ٣٠} + \frac{(٤)^{٢}}{١٥ \times ٢٠}$$

$$= \frac{٤٩}{٣٠٠} + \frac{٩}{٢٠٠} + \frac{١٤٤}{٧٥٠} + \frac{١٦٩}{٥٠٠} + \frac{١٢١}{٤٥٠} + \frac{١٦}{٣٠٠}$$

$$= ٠٫١٦٣ + ٠٫٠٤٥ + ٠٫١٩٢ + ٠٫٣٣٨ + ٠٫٢٦٩ + ٠٫٠٥٣$$

$$= ١٫٠٦$$

$$\text{معامل التوافق} = \sqrt{\frac{١٫٠٦ - ١}{١٫٠٦}} = \sqrt{\frac{٠٫٠٦}{١٫٠٦}} = \sqrt{٠٫٠٥٦٦} = ٠٫٢٣٨$$

وهذا يدل على وجود ارتباط طردى ضعيف بين التعليم والعمالة.

الانحدار Regression

لقد سبق أن أوضحنا أنه إذا كان لدينا متغيرات وليكن (س ، ص) وهناك علاقة بينهما مثل العلاقة بين الطول والوزن والعلاقة بين الدخل والإنفاق والعلاقة بين الذكاء والتحصيل الدراسى، فإنه يمكن دراسة وإيجاد معامل الارتباط بين هذين المتغيرين بعدة طرق، ومثلنا العلاقة بينهما بيانياً فأخذنا محورين أحدهما رأسى يمثل قيم أحد المتغيرين، والآخر أفقى يمثل قيم المتغير الثانى، ثم بينا على هذا الشكل النقط التى لكل منها إحداثيان أحدهما سينى والآخر صادى (س١ ، ص١)، (س٢ ، ص٢) ، (س٣ ، ص٣) .... (سن، صن).

وبذلك استطعنا الحصول على التمثيل البيانى المطلوب ويسمى كل شكل من هذه الأشكال بشكل الانتشار، وقد تبين أن هذا الانتشار لا يأخذ شكلاً واحداً، وإستطعنا من خلال شكل الانتشار معرفة نوع الارتباط ودرجة قوته، وأدركنا أن هذا الارتباط قد يكون ارتباطاً طردياً وقد يكون ارتباطاً عكسياً، وأن الارتباط الطردى أو العكسى يختلف كل منهما فى درجة قوته، فإذا كانت النقاط التى بيناها على الشكل تقع تماماً على خط مستقيم فإن الارتباط يكون قوياً وتقل درجة قوة هذا الارتباط كلما انحرفت هذه القيم عن هذا الخط فيكون الارتباط ضعيفاً.

والخط الذى تنتشر حوله هذه النقاط بانتظام يسمى خط الانتشار أو خط الانحدار، وقد يكون هذا الخط مستقيماً أو منحنياً، وهذا الخط يمكن تمهيده باليد إلا أن رسم هذا الخط أو المنحنى باليد قد يختلف من شخص إلى آخر ولذلك دعت الحاجة إلى إيجاد خط الانحدار بطريقة لا تعتمد على الرسم أو التمهيد باليد وإنما بالطرق الجبرية، وذلك من خلال البيانات المعطاه، والطريقة التى تستخدم فى توفيق هذا الخط المستقيم تسمى بطريقة المربعات الصغرى، وأساس

هذه الطريقة هو اعتبار الخط الذى يطابق النقاط أحسن مطابقة هو الخط الـذى يكون مجموع مربعات انحرافات النقاط عنه أصغر ما يمكن.

ونظراً لأن المتغيرات تنقسم إلى نوعين أحدهما مستقل والآخر تـابع، لذلك كان من الضرورى لإيجاد معادلة خط انحدار أحد المتغيرين على الآخر أن نحدد أيهما متغير مستقل والآخر تابع، فإذا كان س متغيـراً مـستقلاً، ص متغيراً تابعاً فإن المعادلة التى نحصل عليها تسمى معادلة انحـدار ص علـى س، وتكون على الصورة الآتية: ص = م س + جـ. حيث ص هو المتغيـر التابع، س هو المتغير المستقل، م كمية ثابتة تعبر عن ميـل المـستقيم علـى المحور الأفقى، جـ كمية ثابتة هى طول الجزء الذى يقطعه المـستقيم مـن المحور الرأسى، وبمعرفة هاتين القيمتين م ، جـ يتعين المستقيم تماماً.

أما إذا كان ص متغيراً مستقلاً، س متغيراً تابعاً فإن المعادلـة التـى نحصل عليها تسمى معادلة انحدار س على ص وتكون على الصورة الآتية:

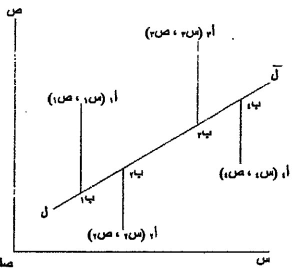
$$س = \bar{م}\ ص + \bar{جـ}$$

حيث س هو المتغير التابع، ص هو المتغير المستقل، وأن $\bar{م}$ ، $\bar{جـ}$ هما كميتان ثابتتان وبمعرفتهما نعين المستقيم تماماً.

خط انحدار ص على س :

لإيجاد خط انحدار ص على س باستخدام طريقة المربعات الـصغرى نفرض أن لدينا مجموعة أزواج من القيم أو المشاهدات ($س_1$ ، $ص_1$)، ($س_2$ ، $ص_2$)، .... ($س_ن$ ، $ص_ن$)، برسم شكل الانتشار لهذه الأزواج نحصل على النقاط $أ_1$ ، $أ_2$ ، $أ_3$ ، .... أن فلو فرضنا أننا رسمنا خطاً مـستقيماً علـى شكل الانتشار وليكن ل $\bar{ل}$ وتمثله المعادلة ص = م س + جـ ، فإننا سـوف

نجد أن بعض النقاط سوف تقع على الخط والبعض الآخر سينتشر حول الخط، فالنقاط التى ستقع على هذا الخط المرسوم يصبح بعدها عن هذا الخط مساوياً للصفر، أما النقاط التى لا تقع على الخط المرسوم وتنتشر حوله يكون لها انحراف عن الخط يختلف عن الصفر، وفى هذه الحالة هذا الفرق يساوى الفرق بين الاحداثى الصادى أو الرأسى للنقطة (إذا كان س متغير مستقل) والإحداثى الرأسى (الصادى) لتقاطع العمود الذى يمر بهذه النقطة ٣ الخط المستقيم.



فإذا فرضنا أن النقطة أ١ (س١ ، ص١) إحدى هذه النقط فى شكل الانتشار وهذه النقطة لا تقع على المستقيم فتكون البعد بينهما وبين المستقيم هو مقدار انحرافها عن العلاقة التى تمثلها وهذا يعنى أن الانحراف

أ١ ب١ = ص – ص١

وبما أن ص = م س + جـ

∴ أ١ ب١ = م س١ + جـ – ص١

وبالمثل إذا كانت النقطة $أ_٢$ (س$_٢$ ، ص$_٢$) هي نقطة أخرى في شكل الانتشار فإن انحرافها عن الخط = $أ_٢$ $ب_٢$ = (م س$_٢$ + جـ − ص$_٢$) ونستمر في ذلك مع جميع النقاط.

ويعتبر الخط الذي معادلته ص = م س + جـ يكون أوفق ما يمكن لتمثيل هذه النقط كلما كانت هذه الانحرافات صغيرة في المقدار سواء كانت هذه الانحرافات موجبة أو سالبة أي إذا كانت :

(م س$_١$ + جـ − ص$_١$)^٢ + (م س$_٢$ + جـ − ص$_٢$)^٢ + (م س$_٣$ + جـ − ص$_٣$)^٢ + ... (م س$_ن$ + جـ − ص$_ن$)^٢ = مجـ (م س + جـ − ص)^٢ أصغر ما يمكن ولكي يكون هذا المقدار أصغر ما يمكن يجب أن يكون مجموع الانحرافات = صفر، صفر (م س$_١$ + جـ − ص$_١$) + (م س$_٢$ + جـ − ص$_٢$) + ... (م س$_٣$ + جـ − ص$_٣$) = صفر ⟵ (١)

ويجب أيضاً أن يكون مجموع حواصل ضرب هذه الانحرافات كل منها في قيم الإحداثي الأفقي للنقطة = صفر أيضاً أي:

س$_١$(م س$_١$ + جـ − ص$_١$) + س$_٢$(م س$_٢$ + جـ − ص$_٢$) + س$_٣$(م س$_٣$ + جـ − ص$_٣$) .... س$_ن$ (م س$_ن$ + جـ − ص$_ن$) = صفر ⟵ (٢)

ومن خلال (١) ، (٢) يمكن التوصل إلى معادلتين وبحل هاتين المعادلتين معاً يمكن التوصل إلى قيم كل من م ، جـ وهي المقادير الثابتة وبذلك نحصل على المعادلة المطلوبة.

مجـ ص = م مجـ س + ن جـ ⟵ (١)

مجـ س ص = م مجـ س^٢ + جـ مجـ س ⟵ (٢)

مثال :

إذا كانت لدينا القيم الآتية للمتغير س ، ص

س   ٤ ، ٦ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣

ص   ٩ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢١

والمطلوب توفيق أحسن خط لانحدار ص على س معادلة خط انحدار ص على س هي ص = م س + جـ

والمطلوب التوصل إلى قيم م ، جـ باستخدام المعادلتين:

مجـ ص = م مجـ س + ن جـ   ⟵   (١)

مجـ س ص = م مجـ $س^٢$ + جـ مجـ س   ⟵   (٢)

ولكى نتمكن من حل المعادلة ينبغى إيجاد مجـ ص ، مجـ س، مجـ س ص، مجـ $س^٢$ من خلال الآتى :

س	ص	$س^٢$	س ص
٤	٩	١٦	٣٦
٦	١٤	٣٦	٨٤
٧	١٧	٤٩	١١٩
١٠	١٩	١٠٠	١٩٠
١٣	٢١	١٦٩	٢٧٣
٤٠	٨٠	٣٧٠	٧٠٢

٨٠ = ٤٠ م + ٥ جـ   ⟵   (١)

٧٠٢ = ٣٧٠ م + ٤٠ جـ   ⟵   (٢)

بضرب المعادلة الأولى فى ٨ ينتج أن:

٦٤٠ = ٣٢٠ م + ٤٠ جـ ←

٧٠٢ = ٣٧٠ م + ٤٠ جـ ← بالطرح

-٦٢ = -٥٠ م

∴ م = $\frac{-٦٢}{-٥٠}$ = ١,٢٤

بالتعويض عن قيم م فى المعادلة (١) لمعرفة قيمة جـ:

٨٠ = ٤٠ × ١,٢٤ + ٥ جـ

٨٠ = ٤٩,٦ + ٥ جـ

٨٠ - ٤٩,٦ = ٥ جـ

٣٠,٤ = ٥ جـ

∴ جـ = $\frac{٣٠,٤}{٥}$ = ٦,٠٨

معادلة خط انحدار ص على س هى :

ص = ١,٢٤ س + ٦,٠٨ ويسمى م بمعامل انحدار ص على س

ولرسم هذا الخط يكفى أن نعين نقطتين ونصل بينهما، ومن هذه المعادلة يمكن تقدير قيمة ص بمعلوميه قيم س فإذا كانت س = ١٠ فإنه عن طريق التعويض فى معادلة خط انحدار ص على س يمكن معرفة قيمة ص التى تناظر هذه القيمة لـ س.

ص = ١,٢٤ س + ٦,٠٨

ص = ١,٢٤ × ١٠ + ٦,٠٨

ص = ١٢,٤٠ + ٦,٠٨ = ١٨,٤٨

وهناك طريقة أخرى يمكن بها الحصول على المقادير المجهولة في معادلة خط انحدار ص على س وهما م ، جـ وذلك من خلال حل المعادلتين السابقتين أيضاً وهما:

$$\text{مجـ ص} = \text{م مجـ س} + \text{ن جـ} \quad \longleftarrow \quad (١)$$

$$\text{مجـ س ص} = \text{م مجـ س}^{٢} + \text{جـ مجـ س} \quad \longleftarrow \quad (٢)$$

حيث يمكن الحصول من هاتين المعادلتين على مقدار م ، جـ على النحو التالي:

$$\text{جـ} = \bar{\text{ص}} - \text{م}\,\bar{\text{س}}$$

$$\text{حيث } \bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} \quad ، \quad \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

$$، \text{ م} = \frac{\text{مجـ س ص} - \dfrac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{مجـ س}^{٢} - \dfrac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}}$$

$$\text{أو} = \frac{\dfrac{\text{مجـ س ص}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}\,\bar{\text{ص}}}{\text{ع}^{٢}\text{س}}$$

$$\text{أو} = \frac{\text{مجـ س ص} - \dfrac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{ن ع}^{٢}\text{س}}$$

حيث $\text{ع}^{٢}$ س هى تباين س.

ولذلك فعن طريق استخدام بيانات المثال السابق يمكن الحصول على قيم م ، جـ وبالتالى التوصل إلى معادلة خط انحدار ص على س.

من معطيات المثال السابق :

مجـ س = ٤٠   مجـ ص = ٨٠   ن = ٥

مجـ س ص = ٧٠   مجـ $س^2$ = ٣٧٠

$\therefore \bar{ص} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$ ، $\bar{س} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$$\therefore م = \frac{٧٠٢ - \frac{٤٠ \times ٨٠}{٥}}{٣٧٠ - \frac{(٤٠)^2}{٥}}$$

$$= \frac{٧٠٢ - ٦٤٠}{٣٧٠ - ٣٢٠} = \frac{٦٢}{٥٠} = ٦,٠٨$$

، جـ = ١٦ − ١,٢٤ × ٨ = ١٦ − ٩,٩٢ = ٦,٠٨

∴ معادلة خط انحدار ص على س = ص = ١,٢٤ س + ٦,٠٨

٢− خط انحدار س على ص :

في هذه الحالة يكون ص هو المتغير المستقل، س هو المتغير التـابع، ويصبح معادلة خط انحدار س على ص هي:

$$س = \bar{م} ص + \bar{جـ}$$

حيث أن $\bar{م}$ ، $\bar{جـ}$ مقادير ثابتة وبمعرفة هاتين القيمتين يمكن التوصل إلى هذه المعادلة، وتحصل على قيم م ، جـ عن طريـق حـل المعـادلتين الآتيتين:

مجـ س = $\bar{م}$ مجـ ص + ن $\bar{جـ}$ ⟵   (١)

مجـ س ص = $\bar{م}$ مجـ $ص^2$ + $\bar{جـ}$ مجـ ص   ⟵   (٢)

من خلال المثال السابق لقيم المتغيرين س ، ص فإننا نحتـاج لحـل هاتين المعادلتين معرفة مجـ س ، مجـ ص ، مجـ س ص ، مجـ ص^٢ ، وبالتعويض عن هذه القيم فى المعادلتين يمكن التوصل إلى قيم م̄ ، جـ̄ .

س	ص	ص^٢	س ص
٤	٩	٨١	٣٦
٦	١٤	١٩٦	٨٤
٧	١٧	٢٨٩	١١٩
١٠	١٩	٣٦١	١٩٠
١٣	٢١	٤٤١	٢٧٣
٤٠	٨٠	١٣٦٨	٧٠٢

وبالتعويض فى المعادلتين :

٤٠ = ٨٠ م̄ + ٥ جـ̄ ⟵ (١)

٧٠٢ = ١٣٦٨ م̄ + ٨٠ جـ̄ ⟵ (٢)

بضرب المعادلة الأولى فى ١٦ =

٦٤٠ = ١٢٨٠ م̄ + ٨٠ جـ̄

٧٠٢ = ١٣٦٨ م̄ + ٨٠ جـ̄ ⟵ بالطرح

-٦٢ = -٨٨ م̄

∴ م̄ = $\frac{-٦٢}{-٨٨}$ = ٠,٧٠٥

وبالتعويض عن قيم م فى المعادلة (١)

٤٠ = ٨٠ × ٠,٧٠٥ + ٥ جـ̄

٤٠ = ٥٦,٤ + ٥ جـ̄

٤٠ − ٥٦,٤ = ٥ جـَ

−١٦,٤ = ٥ جـَ

∴ جـَ = −١٦,٤ / ٥ = − ٣,٢٨

معادلة خط انحدار س على ص هى :

س = ٠,٧٠٥ ص − ٣,٢٨ ويسمى م بمعامل انحدار س على ص

ولرسم هذا الخط يكفى أن نعين نقطتين ونصل بينهمـــا، ومـــن هـــذه المعادلة يمكن تقدير قيمة س بمعلوميه قيم ص، فإذا كانت ص = ١٠ فـــيمكن عن طريق التعويض فى معادلة انحدار س على ص يمكن معرفـــة قيمـــة س التى تناظر هذه القيمة لـــ ص.

س = ٠,٧٠٥ × ١٠ − ٣,٢٨

س = ٧,٠٥ − ٣,٢٨ = ٣,٧٧

وهناك طريقة أخرى يمكن بها الحصول على المقادير المجهولة فـــى معادلة خط انحدار س على ص وهما مَ ، جـَ وذلك من خلال حل المعادلتين السابقتين أيضاً وهما:

مجـ س = مَ مجـ ص + ن جـَ ←——— (١)

مجـ س ص = مَ مجـ ص٢ + جـَ مجـ ص ←——— (٢)

ويمكن الحصول من هاتين المعادلتين على مقدار مَ ، جـَ على النحو التالى:

جـَ = سَ − م صَ

حيث $\bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$ ، $\bar{\text{ص}} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}}$

$$\bar{\text{م}} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{مجـ ص}^2 - \frac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}}$$

$$\text{أو} = \frac{\frac{\text{مجـ س ص}}{\text{ن}} - \bar{\text{س}}\,\bar{\text{ص}}}{\text{ع}^2\text{ص}}$$

$$\text{أو} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\text{ن ع}^2\text{ص}}$$

حيث $\text{ع}^2\text{ص}$ هى تباين ص.

ولذلك فعن طريق استخدام بيانات المثال السابق يمكن الحصول على قيم $\bar{\text{م}}$ ، $\bar{\text{جـ}}$ وبالتالى التوصل إلى معادلة خط انحدار س على ص.

ومن معطيات المثال السابق :

مجـ س = ٤٠ ، مجـ ص = ٨٠ ، ن = ٥

مجـ س ص = ٧٠٢ ، مجـ ص^2 = ١٣٦٨

$$\therefore \bar{\text{ص}} = \frac{\text{٨٠}}{\text{٥}} = \text{١٦} \quad , \quad \bar{\text{س}} = \frac{\text{٤٠}}{\text{٥}} = \text{٨}$$

$$\therefore \bar{\text{م}} = \frac{\text{٧٠٢} - \frac{\text{٨٠} \times \text{٤٠}}{\text{٥}}}{\text{١٣٦٨} - \frac{(\text{٨٠})^2}{\text{٥}}}$$

$$= \frac{\text{٧٠٢} - \text{٦٤٠}}{\text{١٣٦٨} - \text{١٢٨٠}} = \frac{\text{٦٢}}{\text{٨٨}} = \text{٠,٧٠٥}$$

$\bar{جـ}$ = ٨ − ٠,٧٠٥ × ١٦ = ٨ − ١١,٢٨ = −٣,٢٨

∴ معادلة خط انحدار س على ص =

س = ٠,٧٠٥ ص − ٣,٢٨

العلاقة بين الارتباط والانحدار:

توجد ثلاث علاقات هامة بين الارتباط والانحدار هي:

١− ر = $\sqrt{م \times \bar{م}}$ حيث ر هي معامل الارتباط، م معامل انحدار ص على س، $\bar{م}$ معامل انحدار س على ص.

٢− ر = م × $\frac{ع_س}{ع_ص}$ حيث $ع_س$ الانحراف المعياري لقيم س، $ع_ص$ الانحراف المعياري لقيم ص.

٣− ر = $\bar{م}$ × $\frac{ع_ص}{ع_س}$

مثال:

إذا توافرت لدينا البيانات الآتية:

مجـ س = ٥٧,٨ مجـ ص = ٦٣,٣ مجـ س ص = ٥٥٨,٢١

مجـ $س^٢$ = ٥٠٥,١٦ مجـ $ص^٢$ = ٦٣٦,٠٨ ن = ٧

المطلوب إيجاد ما يلي:

١− معادلة انحدار ص على س.

٢− معادلة انحدار س على ص.

٣− معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص.

٤− اثبات أن ر = $\sqrt{م \times \bar{م}}$

الحل :

١- معادلة خط انحدار ص على س وهى :

ص = م س + جـ والمطلوب معرفة قيم م ، جـ

$$م = \frac{مجـ س ص - \frac{مجـ س \times مجـ ص}{ن}}{مجـ س^٢ - \frac{(مجـ س)^٢}{ن}}$$

$$= \frac{٥٥٨,٢١ - \frac{٦٣,٣ \times ٥٧,٨}{٧}}{٥٠٥,١٦ - \frac{(٥٧,٨)^٢}{٧}}$$

$$= \frac{-٥٥٨,٢١}{-٥٠٥,١٦} = \frac{٣٥,٥}{٢٧,٩} = ١,٢٧٣٥$$

$$جـ = \bar{ص} - م \bar{س}$$

$$جـ = \frac{٦٣,٣}{٧} - (١,٢٧٣٥) \left(\frac{٥٧,٨}{٧} \right)$$

$$= ٩,٠٤ - ١٠,٥٢ = -١,٤٨$$

∴ معامل انحدار ص على س هى :

ص = ١,٢٧ س - ١,٤٨

٢- معادلة خط انحدار س على ص وهى:

س = $\bar{م}$ ص + $\bar{جـ}$ والمطلوب معرفة قيم $\bar{م}$ ، $\bar{جـ}$

$$\bar{م} = \frac{مجـ س ص - \frac{مجـ س \times مجـ ص}{ن}}{مجـ ص^٢ - \frac{(مجـ ص)^٢}{ن}}$$

$$= \frac{٥٥٨,٢١ - \frac{٦٣,٣ \times ٥٧,٨}{٧}}{٦٣٦,٠٨ - \frac{(٦٣,٣)^{٢}}{٧}}$$

$$= \frac{٥٥٨,٢١ -}{٦٣٦,٨ - ٥٧٢,٤١} = \frac{٣٥,٥}{٦٣,٦} = ٠,٥٥٨$$

$$\bar{\text{جـ}} = \bar{\text{س}} - \bar{\text{م}}\,\bar{\text{ص}}$$

$$\bar{\text{جـ}} = \frac{٥٧,٨}{٧} - (٠,٥٥٨) \left(\frac{٦٣,٣}{٧} \right)$$

$$= ٨,٢٥٧ - ٥,٠٤٦ = ٣,٢١١$$

∴ معامل انحدار س على ص هى :

$$\text{س} = ٠,٥٥٨\ \text{ص} + ٣,٢١١$$

٣- معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص :

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{٢} - \frac{(\text{مجـ س})^{٢}}{\text{ن}}\right)\left(\text{مجـ ص}^{٢} - \frac{(\text{مجـ ص})^{٢}}{\text{ن}}\right)}}$$

$$\text{ر} = \frac{٥٥٨,٢١ - \frac{٦٣,٣ \times ٥٧,٨}{٧}}{\sqrt{\left(٥٠٥,١٦ - \frac{(٥٧,٨)}{٢}\right)\left(٦٣٦,٠٨ - \frac{(٦٣,٣)^{٢}}{٧}\right)}}$$

$$= \frac{٥٥٨,٢١ - ٥٢٢,٦٨}{\sqrt{(٥٠٥,١٦ - ٤٧٧,٢٦)(٦٣٦,٠٨ - ٥٧٢,٤١)}}$$

$$= \frac{٣٥,٥٣}{\sqrt{(٦٣,٦٧)\,(٢٧,٩)}} = \frac{٣٥,٥٣}{٤٢,١٤٧} = ٠,٨٤٣$$

٤- اثبات أن ر = $\sqrt{\text{م} \times \bar{\text{م}}}$

$$\text{ر} = \sqrt{٠,٥٥٨ \times ١,٢٧٣٥} = ٠,٨٤٣$$



الفصل السابع

الإحصاءات السكانية



مقدمة :

الاحصاءات السكانية هى الاحصاءات التى تتعلق بالإنسان فى حدود مجتمع معين وتأخذ هذه الاحصاءات وجهان وجه استاتيكي والآخر ديناميكي، فالوجه الاستاتيكى للإحصاءات السكانية هى التى تعطى صورة كاملة عن السكان من حيث عددهم وتوزيعهم العمرى والنوعى وخصائصهم الاجتماعية والاقتصادية فى مجتمع معين فى فترة زمنية معينة.

أما الوجه الديناميكى للإحصاءات السكانية هى التى تعطى صورة عن التغيرات السكانية واتجاهات هذا التغير، وهى بذلك تشمل احصاءات المواليد والوفيات والهجرة وغيرها.

وترجع أهمية الإحصاءات السكانية إلى أنها تشكل ضرورة لا غنى عنها حيث على أساسها توضع الخطط والبرامج فى مختلف المجالات الاجتماعية والاقتصادية من أجل تحقيق تنمية شاملة، ومقابلة الاحتياجات السكانية التى تختلف باختلاف التركيب العمرى والنوعى للسكان، هذا بالإضافة إلى أن هذه الإحصاءات السكانية وبما تشتمل عليه من إحصاءات حيوية يمكن أن تستخدم فى المقارنة بين المجتمع والمجتمعات الأخرى وبذلك يمكن معرفة الوضع السكانى للمجتمع على خريطة السكان العالمية.

وتشمل الإحصاءات السكانية نوعين أساسيين: تعداد السكان، الإحصاءات الحيوية.

أولاً - تعداد السكان :

يعتبر تعداد السكان من أهم الإحصاءات وأقدمها، ومع ذلك فإن الهدف من معرفة هذا التعداد وأساليب الحصول عليه قديماً يختلف عنه حديثاً، فبينما

كانت الدول تهتم بمعرفة عدد السكان لاستخدامه فى معرفة قوتها البشرية فى الحروب وكذلك فى جباية الضرائب، إلا أن الهدف من معرفة هـذا التعـداد حديثاً أصبح يمثل ضرورة لأية دولة من دول العالم لرسم سياستها وفى وضع خططها وبرامجها المستقبلية، كما أن العملية التى كان بها يجرى تعداد السكان لا تستند على أسس علمية ثابتة، كما أنها كانت تتم بدون تاريخ محدد، إلا أن هذه العملية فى العصر الحديث أصبحت تعتمد على استخدام الطرق الإحصائية فى إجراء التعداد وجمع البيانات الإحصائية عن السكان وعرضها وتحليلهـا ونشرها، وتعتبر انجلترا من أوائل الدول التى قامت بإجراء تعدادات منتظمـة كل عشر سنوات حيث أجرت أول تعداد منتظم لها سنة ١٧٠١، ثـم جـاءت السويد بعدها ١٧٥١ والولايات المتحدة ١٧٩٠، أما فى مـصر فقـد جـرت محاولات لتقدير عدد السكان حيث جرت أول هذه المحاولات فـى العـصر الحديث سنة ١٨٠٠ وقد اعتمدت تقديرات بعض هذه المحاولات على كـشف تعداد المنازل أو على أساس كشف الضرائب، إلا أن أول تعداد أجـرى فـى مصر على النظم الحديثة كان سنة ١٨٨٢ وأعقبه تعداد ١٨٩٧ واستمر يجرى هذا التعداد كل عشر سنوات حتى سنة ١٩٤٧، وقد تأجل إجراء تعداد ١٩٥٧ إلى سنة ١٩٦٠ لأسباب كثيرة منها العدوان الثلاثى على مصر سـنة ١٩٥٦ وما صاحب ذلك من عمليات التهجير من مدن القناة إلى داخل القطر، وقد كان المفروض أن يجرى التعداد التالى سنة ١٩٧٠ إلا أنه أيضاً لظروف العدوان الإسرائيلى سنة ١٩٦٧ والقيام بعمليات التهجير مرة أخرى من مـدن القنـاة، وتفرغ الدولى للإعداد لإزالة آثار العدوان فقد تأجل هذا التعداد حتـى تحقـق النصر سنة ١٩٧٣ وإعادة تعمير مدن القناة وعودة المهجرين إلى مدنهم لذلك فقد أجرى هذا التعداد سنة ١٩٧٦ وأعقبه تعداد سنة ١٩٨٦، ومن المتوقع أن

يجرى التعداد القادم سنة ١٩٩٦م.

طرق إجراء التعداد:

هناك طريقتان لإجراء التعداد الطريقة الأولى يطلق عليها التعداد الفعلى، والطريقة الثانية التعداد النظرى.

١- طريقة التعداد الفعلى:

وتعتمد هذه الطريقة على أساس حصر السكان كما هم فى الواقع وقت التعداد، حيث يتم عد الأشخاص فى المكان المتواجدين فيه ساعة التعداد بصرف النظر عما إذا كانوا من السكان الدائمين فى هذا المكان أو أنهم زائرين له وقت إجراء التعداد، فالزائرون لأقاربهم بالقاهرة أو النازلون فى أحد فنادق القاهرة وقت إجراء التعداد يعدون على أنهم من سكان القاهرة، ولو كانوا من غير أهلها أو غير المقيمين فيها إقامة دائمة، وعلى الرغم من أن هذه الطريقة تتصف بالسهولة وقلة الأخطاء التى يتعرض لها القائمون بالتعداد حيث أن هذا التعداد لا يحتاج إلا عد كل شخص فى المكان الذى يوجد فيه وقت التعداد إلا أن هذه الطريقة يعاب عليها أنها لا تصور الأشياء على حقيقتها وتعطى معلومات غير صحيحة، إذ كانت تعتبر أن المواطن الذى يعيش فى كفر الدوار مثلاً ضمن سكان الإسكندرية لمجرد تواجده وقت التعداد بالإسكندرية كما يؤخذ على هذه الطريقة أنها لا تكون مناسبة فى البلاد ذات المساحة الواسعة التى لا يتم فيها التعداد فى يوم واحد إذ أن حركة السكان يمكن أن تؤثر على عملية التعداد، بالإضافة إلى ذلك فإن المسافرين قد يسقطون من عملية التعداد بهذه الطريقة حيث عدم تواجدهم فى مكان محدد يمكن عدهم.

٢- طريقة التعداد النظرى :

تعتمد هذه الطريقة على حصر الأشخاص حسب محال إقامتهم المعتاد بصرف النظر عن أماكن تواجدهم أثناء إجراء التعداد، ومن أهم ما تتميز بـــه هذه الطريقة هى أنها تعطى صورة صادقة لحالة السكان وتوزيعهم الحقيقى إلا أن أهم ما يؤخذ على هذه الطريقة صعوبة تحديد معنى محل الإقامة الحقيقـــى أو المعتاد لشخص ما مما قد يؤدى إلى تسرب كثير من الأخطاء، كما أنه من الصعب من الناحية العملية استخدام هذه الطريقة إذ يتطلب وضع أسئلة إضافية فى كشف التعداد لمعرفة محل الإقامة الحقيقى لكل شخص، وهـــذه الطريقـــة تحتاج إلى جهاز قوى منظم وتعتمد دقته إلى حد كبير علـــى درجـــة وعـــى المواطن وثقافته.

وسواء استخدمت طريقة التعداد الفعلى أو التعداد النظرى فإن هنـــاك طريقتين لجمع البيانات الخاصة بالتعداد من السكان.

الطريقة الأولى: تتمثل فى طبع كشوف وتوزع على أربـــاب الأســـر ويطلب منهم الإجابة على الأسئلة المدونة بالكشوف عن كل فرد مـــن أفـــراد أسرته.

والطريقة الثانية: أن يقوم العدادون بأنفسهم بمقابلة أربـــاب الأســـر ويكتبون إجابات أرباب الأسر فى كشوف التعداد.

والطريقة الثانية تتصف بأنها أكثر دقة من الطريقة الأولى كما أنهـــا تتغلب على مشكلة الأميين الذين لا يستطيعون الإجابة علـــى الأســـئلة فـــى الكشوف، كما أنها تتغلب على صعوبة عدم فهم بعض الأســـئلة حيـــث يقـــوم العدادون بتوضيح ما غمض من أسئلة إلى المبحوثين.

أسس إجراء التعداد:

هناك بعض الأسس التى يجب مراعاتها وتحديدها عند إجراء التعداد.

١- **موعد إجراء التعداد:** يجب اختيار موعد إجراء التعداد بدقة والموعد المناسب هو الموعد الذى تقل فيه حركة السكان إلى أقل ما يمكن، فيكون هذا الموعد مثلاً بعيداً عن الأعياد ومواسم الحج، ولاسياحة، والإجازات والاصطياف. لذلك يرى البعض أن الوقت المناسب هو الذى يقع فى شهرى أبريل ومايو.

٢- **الشمول:** يجب أن يشمل التعداد كل فرد من أفراد المجتمع دون إهمال أى فرد وتجنب تكرار عده وبذلك يمكن الحصول على تعداد دقيق.

٣- **السرية:** يجب أن يكفل لتعداد السكان السرية، فعلى الرغم من أنه فى كل البلاد يصدر قانون للتعداد يحتم على الأفراد إعطاء البيانات المطلوبة فى كشف التعداد وفرض عقوبة على من يرفض إعطاء البيانات أو إعطاء بيانات خاطئة، إلا أن السرية هى الضمان الحقيقى الذى يشجع السكان على تقديم هذه البيانات، بحيث يطمئن المواطن على أن هذه البيانات سرية ولا تستخدم فى غير الأغراض الإحصائية.

٤- **الآنية:** ويقصد بذلك أن يجرى التعداد بالكامل فى آن واحد حتى يكون اليوم الذى يجرى فيه التعداد فاصلاً بين الأشخاص الذين يدخلون فى الحصر من دونهم الذين يولدون بعد هذا اليوم.

تطور عدد السكان فى مصر:

لقد سبق الإشارة إى أن أول تعداد للسكان فى مصر أجرى على النظم الحديثة قد بدأ سنة ١٨٨٢ وأن آخر تعداد للسكان أجرى فى مصر كان سنة

١٩٨٦ وقد تطور عدد السكان بين التعدادين بصورة واضحة، وقبل أن نتناول عدد السكان وفقاً للتعدادات المختلفة نشير إلى مفهوم عدد السكان حيث يقصد به عدد جميع الأشخاص الأحياء الموجودين على قيد الحياة داخل حدود بلد معين بصرف النظر عن جنسيتهم أو تبعيتهم لها سياسياً أو لغيرها، والجدول التالى يوضح عدد السكان فى مصر وفقاً للتعدادات المختلفة.

السنة	تعداد السكان
١٨٨٢	٦,٨٠٦,٠٢١
١٨٩٧	٩,٧١٥,٠٢٥
١٩٠٧	١١,٢٨٧,٣٠٩
١٩١٧	١٢,٧٥١,٩١٨
١٩٢٧	١٤,٢١٨,٨٦٤
١٩٣٧	١٥,٩٣٣,٢٩٤
١٩٤٧	١٩,٠٢٢,٤٤٨
١٩٦٠	٢٦,٠٨٥,٠٠٠
١٩٧٦	٣٦,٦٢٦,٢٠٤
١٩٨٦	٤٨,٢٥٤,٢٣٨

ومن خلال البيانات الخاصة بتعدادات السكان يمكن الحصول على بعض التقديرات الهامة منها:

أ- **نسبة تغير السكان:**

إذا أردنا معرفة نسبة تغير السكان فى تعداد معين بالنسبة إلى تعداد سابق له نستخرج النسبة المئوية لهذا التعداد الأخير بالنسبة للتعداد السابق، فإذا

طرحنا ١٠٠ من خارج القسمة يكون الناتج هو نسبة التغير فى السكان، وقد يكون هذه النسبة موجبة أو سالبة.

أى أن نسبة تغير السكان فى فترة زمن معينة =

$$\left(\frac{\text{التعداد الحالى}}{\text{التعداد السابق}} \times ١٠٠ \right) - ١٠٠$$

فإذا قسمنا هذه النسبة إلى عدد السنوات بين التعدادين نحصل على نسبة التغير السنوية.

ب- كثافة السكان:

خارج قسمة عدد السكان فى بلد معين على مساحة هذا البلد بالكيلومتر المربع أو الميل المربع أى أن:

$$\text{كثافة السكان} = \frac{\text{عدد السكان فى البلد}}{\text{مساحة البلد بالكيلو متر المربع أو الميل المربع}} \quad .....$$

شخص لكل كم٢ أو لكل ميل٢

إلا أن هذا المقياس لا يصلح للمقارنة بين بلدين أو أكثر إذا كانت مختلفة جغرافياً حيث أن بعض البلدان قد لا تكون مساحته مأهولة أو مسكونة بالكامل حيث يوجد جزء كبير من مساحة البلد بحيرات أو صحارى أو أراضى جبلية، لذلك يفضل استخدام المساحات المأهولة أو المسكونة لأنها هى التى تعطى نتائج دقيقة لكثافة السكان فى البلد، وتعتبر مصر من البلدان التى لا تشكل المساحة المأهولة أو المسكونة سوى $\frac{١}{٣٠}$ من المساحة الكلية لها، والمساحة المأهولة هى المتاخمة لنهر النيل، بينما لاجزء الأكبر من مساحة مصر أرض صحراوية وغير مأهولة بالسكان.

جـ- درجة الازدحام فى السكن:

وهى النسبة بين عدد السكان وعدد الغرف، فإذا أردنا حساب درجة الازدحام على مستوى البلد ككل نقوم بقسمة عدد سكان البلد على عدد الغرف فيه.

ويمكن حساب درجة الازدحام داخل السكن الذى تقطنه الأسرة بقسمة عدد الأشخاص الذين يسكنون مسكناً معيناً على عدد غـرف هـذا المـسكن لنحصل على متوسط عدد الأشخاص لكل حجرة بالمسكن، ويعتبر هذا المقياس من المقاييس الهامة فى البحوث الاجتماعية والصحية.

تقدير عدد السكان بين سنوات التعداد:

يعتبر عملية التعداد للسكان هى الأساس لمعرفة العدد الكلى للسكان فى المجتمع وخصائصهم المختلفة التى تشكل الأساس لوضع السياسات والخطـط والبرامج للتنمية الشاملة بكافة أشكالها الاجتماعيـة والاقتـصادية والثقافيـة والسياسية وغيرها.

إلا أن عملية التعداد هذه تحتاج إلى نفقات كبيرة سواء تمثلـت هـذه النفقات فى الجهد أو الوقت أو التكاليف المادية، فعلى الرغم من أهميـة هـذه التعدادات إلا أنه وبسبب كثرة ما تحتاجه من نفقات فإن مختلف الدول تلجأ إلى إجراء هذا التعداد بصفة دورية كل عشر سـنوات إلا أنـه ونتيجـة لحاجـة المخطط إلى بيانات حديثة عن السكان حتى تكون الخطط واقعية وتعبر تعبيراً صادق عن احتياجات السكان، فقد اتجه التفكير إلى عملية تقدير السكان خلال الفترات التى لا يجرى فيها التعداد فى البلد.

وتقدير عدد السكان يستند على أحد افتراضين وفى ضوء كل إفتراض من هذين الافتراضين يمكن تحديد الطريقة التى تستخدم فى تقدير عدد السكان.

١- الافتراض الأول: أن السكان فى بلد ما يزدادون وفق متوالية عددية[1] أى أن زيادة السكان أو التغير فى السكان بصفة عامة يحدث بمقدار ثابت سواء كان هذا التغير بالزيادة أو النقصان.

وهذا يتطلب معرفة إثنين من التعدادات السكانية المتتابعة ثم نطرح التعداد السابق من التعداد اللاحق لمعرفة مقدار هذه الزيادة (أو النقصان) وبقسمة هذا المقدار على عدد السنوات بين سنتى التعداد يمكن تحديد مقدار التغير فى السنة الواحدة (بالزيادة أو بالنقصان)، ثم نحدد السنة التى نريد تقدير عدد السكان لها، ونحسب عدد السنوات بين هذه السنة وسنة آخر تعداد ثم نحسب التغير المتوقع خلال هذه الفترة بضرب عدد السنوات فى مقدار التغير، ثم نضيف الناتج على عدد السكان فى آخر تعداد لنحصل على تقدير السكان فى هذه السنة.

مثال :

إذا علمنا تعداد سكان بلد ما سنة ١٩٧٠ هو ٤٦,٢٦٠,٣٤٢ نسمة، وتعداد سكان نفس البلد سنة ١٩٨٠ هو ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ نسمة، والمطلوب تقدير عدد سكان هذا البلد فى سنوات ١٩٨٤، ١٩٨٧ وذلك على أساس أن السكان يتغيرون وفق متوالية عددية أو حسابية.

---

(١) المتوالية العددية: هى مجموعة من الكميات المتتالية التى يكون الفرق بين أى كمية منها والكمية السابقة لها مباشرة مقداراً ثابتاً ويسمى هذا المقدار الثابت أساس المتوالية، فمثلاً مجموعة الأرقام ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠ ... متوالية عددية لأنها تتزايد باستمرار بمقدار ثابت هو (٢) أى أن أساس المتوالية هو ٢.

الحل :

الزيادة فى عدد السكان فى ١٠ سنوات = تعداد ١٩٨ – تعداد ١٩٧٠
= ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ – ٤٦,٢٦٠,٣٤٢ = ٨,٤٨٥,٠٩٤ نسمة

الزيادة فى عدد السكان فى سنة واحدة = $\frac{\text{الزيادة فى ١٠ سنوات}}{\text{عدد السنوات العشر}}$

= $\frac{٨,٤٨٥,٠٩٤}{١٠}$ = ٨٤٨,٥٠٩ نسمة

المدة من ١٩٨٠ إلى سنة ١٩٨٤ = ٤ سنوات

فتكون الزيادة فى ٤ سنوات = الزيادة فى سنة × ٤ سنوات
= ٨٤٨,٥٠٩ × ٤
= ٣,٣٩٤,٠٣٦ نسمة

تقدير السكان ١٩٨٤ = تعداد ١٩٨٠ + الزيادة فى ٤ سنوات
= ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ + ٣,٣٩٤,٠٣٦
= ٥٨,١٣٩,٤٧٢ نسمة

تقدير السكان سنة ١٩٧٨:
المدة من ١٩٨٠ – ١٩٨٧ = ٧ سنوات
فتكون الزيادة المتوقعة فى ٧ سنوات = الزيادة فى السنة × ٧ سنوات
= ٨٤٨,٨٠٩ × ٧ = ٥,٩٣٩,٥٦٣ نسمة

تعداد السكان سنة ١٩٨٧ = تعداد سكان ١٩٨٠ + الزيادة فى ٧ سنوات
= ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ + ٥,٩٣٩,٥٦٣
= ٦٠,٦٨٤,٩٩٩ نسمة

٢- الافتراض الثانى : أن السكان يتغيرون وفق متوالية هندسية[1] أى أن التغير فى السكان (بالزيادة أو النقصان) يتم بنسبة ثابتة فإذا علمنا تعدادين متتابعين للسكان فى بلد ما، يمكن الحصول على نسبة التغير فى السكان خلال المدة التى تقع بين التعدادين، فإذا فرضنا أن التعداد الحالى أ١ والتعداد السابق أ. ، وأن ر معدل الزيادة السكانية وأن عدد السنوات بين التعدادين هو (ف) فإنه يمكن معرفة معدل الزيادة السنوية للسكان من العلاقة التالية:

أ١ = أ. (١ + ر)ن

فإذا علمنا أن تعداد سكان بلد ما سنة ١٩٧٠ هو ٤٦,٢٦٠,٣٤٢ نسمة وتعداد سكان نفس البلد سنة ١٩٨٠ هو ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ نسمة، والمطلوب تقدير عدد سكان هذا البلد فى سنوات ١٩٨٤، ١٩٨٤ على أساس أن السكان يتغيرون وفق متوالية هندسية.

الحل:

باستخدام المعادلة السابقة أ١ = أ. (١ + ر)ن

فإن أ. (١ + ر)ن = $\frac{أ_١}{أ_.}$

$(١ + ر)^{١٠} = \frac{\text{تعداد } ١٩٨٠}{\text{تعداد } ١٩٧٠} = \frac{٥٤,٧٤٥,٤٣٦}{٤٦,٢٦٠,٣٤٢}$

(١) المتوالية الهندسية: هى مجموعة من الكميات المتتالية بحيث أن النسبة بين أى كمية منها والكمية السابقة عليها نسبة ثابتة ويعتبر مقدار النسبة هو أساس المتوالية: فمثلاً المتوالية: ٢، ٤، ٨، ١٦، ٣٢ هى متوالية هندسية لأن النسبة بين كل كمية والكمية السابقة عليها ثابتة $\frac{٤}{٢} = \frac{٨}{٤} = \frac{١٦}{٨} = ٢$ ورقم (٢) هو أساس المتوالية.

حيث أن المدة بين التعدادين هى ١٠ سنوات.

$$١+ ر = \sqrt[١٠]{\frac{٥٤,٧٤٥,٤٣٦}{٤٦,٢٦٠,٣٤٢}}$$

$$\therefore ١ + ر = \left(\frac{٥٤,٧٤٥,٤٣٦}{٤٦,٢٦٠,٣٤٢}\right)^{\frac{١}{١٠}}$$

وباستخدام اللوغاريتمات لايجاد قيمة ر

لو (١ + ر) = $\frac{١}{١٠}$ [لو تعداد ١٩٨٠ – لو تعداد ١٩٧٠]

لو (١ + ر) = $\frac{١}{١٠}$ [لو ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ – لو ٤٦,٢٦٠,٣٤٢]

لو (١ + ر) = $\frac{١}{١٠}$ [٧,٧٣٨٤ – ٧,٦٦٥٢]

= $\frac{١}{١٠}$ [٠,٧٣٢] = ٠,٠٠٧٣٢

وبالكشف فى جدول الأعداد المقابلة نجد أن: ١ + ر = ١,٠١٧

∴ ر = ٠,٠١٧

أى أن معدل التغير السنوى للسكان خلال الفترة من ١٩٧٠ – ١٩٨٠ هو ١,٧%

وعن طريق هذا المعدل يمكن تقدير السكان فى غير سنوات التعـــداد، المطلوب تقدير السكان فى هذا البلد سنة ١٩٨٤، ١٩٨٧.

عدد السكان ١٩٨٤= تعداد ١٩٨٠ $(١ + ر)^{٤}$ حيث ٤ هى الفترة من٨٠– ٨٤

لو عدد السكان ١٩٨٤ = لو تعداد ١٩٨٠ + ٤ لو (١ + ر)

لو عدد السكان ١٩٨٤ = لو ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ + ٤ لو (١ + ر)

= ٧,٧٣٨٤ + ٤ × ٠,٠٠٧٤

= ٧,٧٣٨٤ + ٠,٠٢٩٢٨ = ٧,٧٦٧٦٨

بالكشف فى جداول الأعداد المقابلة يتضح أن:

تقدير عدد السكان سنة ١٩٨٤ = ٥٨,٥٨٠,٠٠٠ نسمة

وبالمثل يمكن تقدير السكان فى هذا ا لبلد سنة ١٩٨٧

عدد السكان ١٩٨٧ = تعداد ١٩٨٠ (١ + ر)^٧ حيث ٧ هى الفترة من ٨٠ ، ٨٧

لو عدد السكان سنة ١٩٨٧ = لو تعداد ١٩٨٠ + ٧ لو (١ + ر)

= لو ٥٤,٧٤٥,٤٣٦ + ٧ لو (١ + ر)

= ٧,٧٣٨٤ + ٧ × ٠,٠٠٧٣٢

= ٧,٧٣٨٤ + ٠,٠٥١٥٤ = ٧,٧٨٩٩٤

وبالكشف فى جداول الأعداد المقابلة يتضح أن:

تقدير عدد السكان سنة ١٩٨٧ = ٦١,٦٤٠,٠٠٠ نسمة.

معدل *المواليد الخام* Birth Rate:

معدل المواليد لأى بلد هو خارج قسمة عدد المواليد أحياء[١] فى هذا البلد خلال السنة على عدد سكان البلد فى منتصف السنة (أول يوليو) مضروباً فى ١٠٠٠ وبذلك فإن:

---

(١) من الواضح أننا استبعدنا المواليد الموتى: والمولود الميت هو كل مولود وضعته أمه بعد تمام مدة الحمل وبعد تمام الوضع ولم تظهر عليه علامة من علامات الحياة.

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء في البلد خلال السنة}}{\text{عدد سكان البلد في منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

فإذا كان عدد المواليد أحياء في الإسكندرية ١٩٧٧ هو ٧٨٩٣٨ مولوداً وكان عدد سكان الإسكندرية التقديري في منتصف ١٩٧٧ هو ٢,٣٤٩,٣٤٥ ، فإن معدل المواليد في الإسكندرية في هذه السنة هو:

$$\text{معدل المواليد الخام} = \frac{٧٨,٩٣٨}{٢,٣٤٩,٣٤٥} \times ١٠٠٠ = ٣٣,٦\% \text{ (في الألف)}$$

ومن الملاحظ أن هذا المعدل استبعد عدد المواليد الموتى واقتصر فقط على عدد المواليد أحياء فقط، ولذلك فإن هذا المعدل يستخدم كدليل لدرجة تكاثر السكان في المجتمع.

وهذا المعدل من المعدلات التي تختلف من مجتمع إلى مجتمع آخر، بل أنه قد يختلف في داخل المجتمع الواحد من منطقة إلى أخرى، ومن فترة زمنية إلى فترة زمنية أخرى.

ومن معدلات المواليد الخام في بعض القارات وبعض الدول سنة ١٩٨٨ علماً بأن معدل المواليد الخام في العالم ٢٨ في الألف[١].

أفريقيا ٤٤ في الألف	العراق ٤٥	ألمانيا الغربية ١٠
آسيا ٢٨	لاوس ٤١	ايطاليا ١٠
أمريكا الشمالية ١٦	الولايات المتحدة ١٦	الاتحاد السوفيتي (سابقاً) ٢٠

---

(١) James A. Inciardi & Robert A. Rothman Sociology Principles and Applications, Chicago; Harcaut Brace Jovanovich, Inc. 1990, P. 286.

أمريكا اللاتينية ٢٩	الصين ٢١	فيجى ٢٨
أوربا ١٣	اليابان ١١	استراليا ١٥
مصر ٣٨	كوبا ١٦	
اثيوبيا ٤٦	هايتى ٤١	
كينيا ٥٤	بوليفيا ٤٠	
مالاوى ٥٣	المكسيك ٣٠	
زائير ٤٥	النرويج ١٣	

ويتأثر معدل المواليد بمجموعة من العوامل منها مستوى المعيشة، المستوى التعليمى، والوضع السياسى والاجتماعى، حيث ينخفض هذا المعدل بين الفئات ذات المستوى المعيشى المرتفع ويرتفع بين الفئات ذات المستوى المعيشى المنخفض، وينخفض بين الفئات ذات المستوى التعليمى المرتفع ويرتفع بين الفئات ذات المستوى التعليمى المنخفض.

ويرتفع بين الأقليات فى المجتمع عن غيرهم من الفئات الأخرى، ومن الملاحظ أيضاً أن هذا المعدل فى انخفاض مستمر، ففى مصر انخفض معدل المواليد من ٤٣,٩ فى الألف سنة ١٩٦١ إلى ٤١ فى الألف سنة ١٩٦٦ إلى ٣٥,٦ فى الألف سنة ١٩٧٠.

ونظراً لأن عدد المواليد فى بلد ما لا يتوقف على المجموع الكلى للسكان فى هذا البلد بل أنه يتوقف على عدد النساء اللواتى فى سن الحمل لذلك يستخدم معدلات أخرى مثل معدل الخصوبة العام ومعدل التوالد ومعدلات الخصوبة النوعية.

معدل الخصوبة العام Fertility Rate :

معدل الخصوبة العام هو خارج قسمة عدد المواليد أحياء في بلد ما في سنة معينة على عدد النساء في سن الحمل (١٥ – ٥٠ سنة) في نفس البلد مضروباً في ١٠٠٠.

معدل الخصوبة العام =

$$\frac{\text{عدد المواليد أحياء في البلد خلال السنة}}{\text{عدد النساء اللواتي في سن الحمل (١٥ـ ٥٠ سنة)}} \times ١٠٠٠$$

وهذا المعدل يساهم في التخلص من بعض عيوب معدل المواليد الخام الذي سبق ذكره حيث أن درجة التكاثر السكاني لا يحددها المجموع الكلي للسكان في المجتمع بل يحددها النساء اللاتي في سن الحمل خلال فترة زمن معينة وهي الفئة التي يحتمل أن يكن أمهات وبالتالي يصبح من المحتمل أن يساهمن في التأثير في عدد المواليد ولذلك استبدل المقام في معدل المواليد الخام والذي كان يتمثل في عدد سكان المجتمع ككل وأصبح المقام هو عدد النساء اللواتي في سن الحمل فقط (١٥ – ٥٠ سنة).

فإذا كان عدد المواليد أحياء في مجتمع ما خلال سنة ما هو ١٥٠ ألف مولود وكان عدد النساء اللواتي في سن الحمل ١٥ – ٥٠ سنة في هذا المجتمع وفي منتصف هذه السنة هو ٨٥٠ ألف سيده فإن:

معدل الخصوبة العام = $\frac{١٥٠}{٨٥٠}$ × ١٠٠٠ = ١٧٦,٥ في الألف تقريباً.

ويبلغ معدل الخصوبة العام في الولايات المتحدة ١,٨ وفي كينيا ٨[1].

---

(١) Ibid., P. 587.

معدلات الخصوبة التفصيلية :

على الرغم من أن معدل الخصوبة العام ساهم فى التخلص من بعض عيوب معدل المواليد الخام إلا أنه من الملاحظ أنه لا يصلح للمقارنة بين بلدين لأنه لا يميز بين الفئات العمرية المختلفة للنساء، لذلك فإن معدلات الخصوبة التفصيلية تشير إلى معدلات الخصوبة لكل فئة عمرية معينة من الفئات العمرية للإناث فى سن الحمل.

معدل الخصوبة الخاص بالفئة العمرية =

$$\frac{\text{عدد المواليد أحياء من أمهات الفئة العمرية (٢٥ - ٣٠ سنة) فى سنة معينة فى مجتمع معين}}{\text{عدد النساء فى هذه الفئة العمرية فى منتصف نفس السنة}} \times ١٠٠٠$$

معدل الخصوبة الكلى :

هو مجموع المعدلات التفصيلية لفئات الأعمار المختلفة، فإذا رمزنا لمعدل الخصوبة لكل فئة عمرية بالرمز م، حيث م_1 هو معدل الخصوبة للفئة العمرية الأول، م_2 هو معدل الخصوبة للفئة العمرية الثانية، فإن معدل الخصوبة الكلى =

$$\text{م}_1 + \text{م}_2 + \text{م}_3 + \dots\dots\dots\dots\dots + \text{م}_\text{ن}$$

ولكن ينبغى أن نلاحظ أنه إذا كانت الفئة العمرية أكبر من واحد، فيجب ضرب كل معدل خاص لفئة معينة فى طول الفئة ثم تجمع هذه المعدلات التفصيلية وبذلك يكون الناتج هو معدل الخصوبة الكلى الذى يساوى $= \text{م}_1 \, \text{ل}_1 + \text{م}_2 \, \text{ل}_2 + \dots\dots\dots \text{م}_\text{ن} \, \text{ل}_\text{ن}$ ، حيث ل هو طول الفئة، وإذا كانت أطوال الفئات العمرية متساوية فيمكن جمع المعدلات التفصيلية للخصوبة ثم ضربها فى طول الفئة لتحصل على معدل الخصوبة الكلى.

وحساب معدلات الخصوبة التفصيلية أى التى تتعلق بكل فئة عمرية يتطلب معرفة عمر الأم عند الولادة وتسجيل ذلك.

مثال :

من البيانات الآتية أوجد معدل الخصوبة العام، ومعدلات الخصوبة التفصيلية، ومعدل الخصوبة الكلى.

فئات العمر	عدد الإناث بالألف	عدد المواليد الكلى	عدد المواليد إناث
١٥ –	٨٠	٦٢٠٠	٣٥٠٠
٢٠ –	٧٠	١٢٠٠٠	٦٠٠٠
٢٥ –	٩٠	١٦٠٠٠	٧٦٠٠
٣٠ –	٨٠	١٣٠٠٠	٧٠٠٠
٣٥ –	٨٥	٦٠٠٠	٣٠٠٠
٤٠ –	٧٠	٢٠٠٠	١٢٠٠
٤٥ – ٥٠	٦٠	٢٠٠	٨٠

ولإيجاد معدل الخصوبة العام نقوم بجمع عدد المواليد أحياء، وعدد الإناث فى سن الحمل ١٥ – ٥٠.

عدد المواليد الأحياء (الكلى) = ٥٥٤٠٠ مولود

عدد الإناث فى سن الحمل = ٥٣٥٠٠٠

معدل الخصوبة العام =

$$\frac{\text{عدد المواليد أحياء فى المجتمع فى سنة ما}}{\text{عدد النساء اللاتى فى سن الحمل (١٥ ـ ٥٠ سنة) فى نفس المجتمع}} \times ١٠٠٠$$

ولحساب معدل الخصوبة الكلى فإن ذلك يتطلب حساب معدلات الخصوبة الخاصة بكل فئة عمرية من فئات النساء اللاتى فى سن الحمل.

فئات السن	عدد الإناث بالألف	عدد المواليد الكلى	معدلات الخصوبة
١٥ –	٨٠	٦٢٠٠	٦٢٠٠/٨٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٣٨٧,٥
٢٠ –	٧٠	١٢٠٠٠	١٢٠٠٠/٧٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٨٥٧,١
٢٥ –	٩٠	١٦٠٠٠	١٦٠٠٠/٩٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٨٨٨,٩
٣٠ –	٨٠	١٣٠٠٠	١٣٠٠٠/٨٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٨١٢,٥
٣٥ –	٨٥	٦٠٠٠	٦٠٠٠/٨٥٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ٣٥٢,٩
٤٠ –	٧٠	٢٠٠٠	٢٠٠٠/٧٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ١٤٢,٩
٤٥ –٥٠	٦٠	٢٠٠	٢٠٠/٦٠٠٠٠ × ١٠٠٠ × ٥ = ١٦,٧
المجموع	٥٣٥	٥٥٤٠٠	٣٤٥٨,٥

∴ معدل الخصوبة الكلى = ٣٤٥٨,٥

معدل التوالد Fecundity :

فى معدل الخصوبة الذى سبق عرضه كان الاعتماد فى المقام علـــى عدد النساء فى سن الحمل (١٥ – ٥٠)، إلا أنه من الملاحظ أن النساء اللاتى فى سن الحمل لا يشترط أن يك جميعاً متزوجات بل قد يكون بعضهن غيــر متزوجات لسبب أو لآخر، لذلك كان من الضرورى البحث عن معــدل آخــر يقترب خطوة أخرى من معدل واقعى لدرجة تكاثر السكان، هذا المعدل هــو معدل التوالد Fecundity Rate بحيث يصبح المقام هو عدد النساء اللاتـــى فى سن الحمل ومتزوجات فعلاً.

$$\text{معدل التوالد} = \frac{\text{عدد المواليد أحياء فى مجتمع ما أثناء العام}}{\text{عدد النساء المتزوجات اللاتى فى سن الحمل فى منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

فإذا افترضنا أن عدد المواليد أحساء فى مجتمع ما فى سنة معينة هو ١٥٠ ألف مولود وكان عدد النساء اللاتى فى سن الحمل ٨٥٠ ألف سيده وكان

عدد المتزوجات ٧٥٠ ألف سيدة فقط.

فإن معدل التوالد = (١٥٠٠٠٠ ÷ ٧٥٠٠٠٠) × ١٠٠٠ = ٢٠٠ فى الألف.

ورغم أهمية المعدلات السابقة إلا أنها لم تساعدنا تماماً فى الوصول إلى قياس درجة التكاثر السكانى فى المجتمع حيث أن المعدلات السابقة كانت تعتمد فى البسط على المجموع الكلى للمواليد أحياء مشتملة فى ذلك على الذكور والإناث إلا أنه من الملاحظ أن العبره فى التكاثر أو التناسل هو عدد المواليد من الإناث لذلك فإن استبعاد المواليد الذكور من البسط والإبقاء فقط على المواليد الإناث سوف يسهم إلى حد ما من الاقتراب من الدرجة الحقيقية للتكاثر السكانى فى المجتمع والمعدل الجديد الذى نحصل عليه، هو معدل التناسل أو التوالد الاجمالى Gross Reproduction Rate.

= (عدد المواليد أحياء من الإناث فى مجتمع ما خلال سنة معينة ÷ عدد النساء اللاتى فى سن الحمل (١٥ ــ ٥٠سنة) فى نفس المجتمع فى منتصف السنة) ×١٠٠٠

ويمكن الحصول على معدلات التناسل أو التوالد للفئات العمرية المختلفة، وذلك بقسمة عدد المواليد أحياء من الإناث للنساء فى فئة عمرية معينة على عدد النساء فى هذه الفئة العمرية فى منتصف السنة مضروباً فى الألف ومضروباً فى طول الفئة أيضاً.

فمثلاً إذا أردنا معرفة معدل التناسل أو التوالد للفئة العمرية من ٢٥-٣٠ = (عدد المواليد أحياء من الإناث فى الفئة العمرية (٢٥ ــ ٣٠) فى مجتمع ما فى سنة ما ÷ عدد النساء اللاتى فى الفئة العمرية من (٢٥ - ٣٠سنة) فى نفس المجتمع فى منتصف نفس السنة)

× طول الفئة × ١٠٠٠

وعن طريق جمع هذه المعدلات التفصيلية للتوالد أو التناسل الخاصة بالفئات العمرية المختلفة نحصل على معدل التوالد أو التناسل الكلى.

معدل التوالد أو التناسل الصافى Net Reproduction Rate :

لقد ذكرنا أثناء حساب معدل التوالد أو التناسل الإجمالى أن العبرة فى التكاثر السكانى هو بالمواليد الإناث لذلك استبعدنا من البسط المواليد الـذكور أحياء، واقتصر البسط على المواليد الإناث أحياء، لكن إذا كان التكاثر السكانى يعتمد أساساً على المواليد الإناث، إلا أنه من الملاحظ أن هناك فئة من هؤلاء المواليد الإناث يعشن حتى سن الحمل (١٥ – ٥٠سنة) بينما فئة أخرى منهن لا يعشن حتى هذه الفترة، لذلك فإن العبرة فى التكاثر السكانى تعتمـد علـى المواليد أحياء من الإناث اللاتى من المتوقع أو من المحتمل أن يعـيش حتـى سن الحمل، وهذا يتطلب استخدام معدل آخر هذا المعدل يطلق عليـه معـدل التوالد الصافى Net Reproduction Rate ويمكن حساب هذا المعدل لكـل فئة عمرية على حده، كما يمكن الحصول على معدل التوالد الصافى الكلى.

فمثلاً معدل التوالد الصافى فى الفئة العمرية من ٢٥ – ٣٠ سنة

$$= \frac{\text{عدد المواليد أحياء من الإناث اللاتى سيبلغن فترة الحمل من (٢٥ – ٣٠) فى مجتمع ما فى سنة ما}}{\text{عدد النساء فى الفئة العمرية من (٢٥ - ٣٠سنة) فى نفس المجتمع فى منتصف نفس السنة}}$$

× طول الفئة × ١٠٠٠

حيث ل هى طول الفئة.

مثال :

من البيانات الآتية أوجد معدل التوالد الإجمـالى ومعـدلات التوالـد التفصيلية ومعدل التوالد الكلى ومعدلات التوالد الصافية التفـصيلية ومعـدل التوالد الصافى الكلى.

فئات العمر	عدد الإناث بالألف	عدد المواليد الكلى	عدد المواليد إناث	عدد الباقين على قيد الحياة من كل ألف مواليد إناث
١٥ –	٨٠	٦٢٠٠	٣٥٠٠	٦٤٠
٢٠ –	٧٠	١٢٠٠٠	٦٠٠٠	٦٢٠
٢٥ –	٩٠	١٦٠٠٠	٧٦٠٠	٥٨٠
٣٠ –	٨٠	١٣٠٠٠	٧٠٠٠	٥٦٠
٣٥ –	٨٥	٦٠٠٠	٣٠٠٠	٥٣٠
٤٠ –	٧٠	٢٠٠٠	١٢٠٠	٥٢٠
٤٥ – ٥٠	٦٠	٢٠٠	٨٠	٥٠٠

المطلوب حساب :

١- معدل التوالد الإجمالى.

٢- معدلات التوالد التفصيلية للفئات العمرية المختلفة.

٣- معدل التوالد الكلى.

٤- معدلات التوالد الصافى التفصيلية لكل فئة عمرية.

٥- معدل التوالد الصافى الكلى.

الحل :

١- معدل التوالد الإجمالى =

$$= \frac{\text{عدد المواليد أحياء من الإناث فى مجتمع ما خلال سنة معينة}}{\text{عدد النساء اللاتى فى سن الحمل (١٥ - ٥٠سنة) فى نفس المجتمع فى منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

$$= \frac{٢٨٣٨٠}{٥٣٥٠٠٠} \times ١٠٠٠ = ٥٣,٠٥ \text{ فى الألف.}$$

ومن البيانات السابقة وللحصول على المعدلات المطلوبة نقوم بحساب عدد الباقين على قيد الحياة من مجموع المواليد الإناث وذلك على النحو التالى:

فئات السن	عدد الإناث بالألف	عدد المواليد الكلى	عدد المواليد إناث	عدد الباقين على قيد الحياة من كل ألف مواليد إناث	عدد الباقين على قيد الحياة من مجموع المواليد الإناث
١٥-	٨٠	٦٢٠٠	٣٥٠٠	٦٤٠	$\frac{٦٤٠ \times ٣٥٠٠}{١٠٠٠}$ = ٣٨٧,٥
٢٠-	٧٠	١٢٠٠٠	٦٠٠٠	٦٢٠	$\frac{٦٢٠ \times ٦٠٠٠}{١٠٠٠}$ = ٣٧٢٠
٢٥-	٩٠	١٦٠٠٠	٧٦٠٠	٥٨٠	$\frac{٥٨٠ \times ٧٦٠٠}{١٠٠٠}$ = ٤٤٠٨
٣٠-	٨٠	١٣٠٠٠	٧٠٠٠	٥٦٠	$\frac{٥٦٠ \times ٧٠٠٠}{١٠٠٠}$ = ٣٩٢٠
٣٥-	٨٥	٦٠٠٠	٣٠٠٠	٥٣٠	$\frac{٥٣٠ \times ٣٠٠٠}{١٠٠٠}$ = ١٥٩٠
٤٠-	٧٠	٢٠٠٠	١٢٠٠	٥٢٠	$\frac{٥٢٠ \times ١٢٠٠}{١٠٠٠}$ = ٦٢٤
٤٥-٥٠	٦٠	٢٠٠	٨٠	٥٠٠	$\frac{٥٠٠ \times ٨٠}{١٠٠٠}$ = ٤٠

٢- معدلات التوالد التفصيلية للفئات العمرية المختلفة :

أ- معدل المواليد للفئة العمرية (١٥ - ٢٠) =

$$= \frac{\text{عدد المواليد أحياء من الإناث للنساء في الفئة العمرية (١٥ - ٢٠)}}{\text{عدد النساء اللاتي في الفئة العمرية (١٥ - ٢٠سنة)}} \times \text{طول الفئة} \times ١٠٠٠$$

$$= \frac{٣٥٠٠}{٨٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٢١٨,٧٥$$

ب- معدل التوالد للفئة العمرية ٢٠ - ٢٥ =

$$= \frac{٦٠٠٠}{٧٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٤٢٨,٥٧$$

جـ- معدل التوالد للفئة العمرية ٢٥ - ٣٠ =

$$= \frac{٧٦٠٠}{٩٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٤٢٢,٢٢$$

د- معدل التوالد للفئة العمرية ٣٠ - ٣٥ =

$$= \frac{٧٠٠٠}{٨٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٤٣٧,٥٠$$

هـ- معدل التوالد للفئة العمرية ٣٥ - ٤٠ =

$$= \frac{٣٠٠٠}{٨٥٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ١٧٦,٤٧$$

و- معدل التوالد للفئة العمرية ٤٠ - ٤٥ =

$$= \frac{١٢٠٠}{٧٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٨٥,٧١$$

ز- معدل التوالد للفئة العمرية ٤٥ - ٥٠ =

$$= \frac{٨٠}{٦٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٦,٦٧$$

٣- معدل التوالد الكلى = ١٧٧٥,٨٩

٤- معدلات التوالد الصافى التفصيلية لكل فئة عمرية :

أ- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية (١٥ - ٢٠) =

$$= \frac{\text{عدد المواليد الإناث اللاتي سيلدن فترة الحمل (١٥ - ٢٠)}}{\text{عدد النساء في سن (١٥ - ٢٠سنة) في المجتمع في منتصف السنة}} \times \text{طول الفئة} \times ١٠٠٠$$

$$= \frac{٢٢٤٠}{٨٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ١٤٠,٠٠٠$$

ب- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية ٢٠ - ٢٥ =

$$= \frac{٣٧٢٠}{٧٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٢٦٥,٧١$$

جـ- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية ٢٥ - ٣٠ =

$$= \frac{٤٤٠٨}{٩٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٢٤٤,٨٩$$

د- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية ٣٠ - ٣٥ =

$$= \frac{٣٩٢٠}{٨٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٢٤٥,٠٠$$

هـ- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية ٣٥ - ٤٠ =

$$= \frac{١٥٩٠}{٨٥٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٩٣,٥٣$$

و- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية ٤٠ - ٤٥ =

$$= \frac{٦٢٤}{٧٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٤٤,٥٧$$

ز- معدل التوالد الصافى للفئة العمرية ٤٥ - ٥٠ =

$$= \frac{٤٠}{٦٠٠٠٠} \times ٥ \times ١٠٠٠ = ٣,٣٣$$

- معدل التوالد الصافى الكلى = ١٠٣٧,٠٣

وهذه النتيجة نعنى أن كل ١٠٠٠ أنثى تنجب ١٠٣٧ أنثى تقريباً تعش حتى تمر بفترات الحمل، وهذا المعدل يمكن على أساسه إصدار حكم صحيح أو دراسة خصوبة السكان فإذا كان معدل التوالد الصافى الكلى = ١ ، فإن ذلك يدل على أن السكان يعوضون أنفسهم بأنفسهم أى أن الاتجاهات السكانية فى الجيل القادم لن يختلف عن الاتجاهات السكانية فى الجيل الحالى واحتمالات عدم تغير السكان، أما إذا كان هذا المعدل أكبر من الواحد الصحيح دل ذلك على أن السكان من المتوقع أن يزدادوا فى الجيل القادم عن الجيل الحالى بمقدار الزيادة عن الواحد الصحيح، فإذا كان هذا المعدل ١,٢ فإن ذلك يعنى أن السكان فى الجيل القادم سوف يزدادون عن الجيل الحالى بمقدار ٢٠%، وإذا كان هذا المعدل أصغر من الواحد الصحيح دل ذلك على أن السكان فى الجيل القادم من المتوقع أن يتناقصوا عن الجيل الحالى بمقدار النقص عن الواحد الصحيح.

إحصاءات الوفيات :

لقد أوجب القانون تسجيل الوفيات وتشمل البيانات التى أوجب القانون تسجيلها عن حالات الوفيات هى اسم المتوفى ولقبه وعمره ونوعه ومحل إقامته المعتاد ومهنته والحالة المدنية أو الزواجية، وتاريخ الوفاة، ومكان الوفاة وسببها.

ومن خلال هذه البيانات يمكن الوقوف على بعض الحقائق سواء التى تتعلق بأسباب الوفيات والمناطق التى تزداد فيها معدلات الوفيات والفئات العمرية التى ترتفع بينها هذا المعدل، ويمكن من خلال هذه البيانات الحصول على بعض المعدلات الهامة ومنها:

معدل الوفيات الخام The Crude Death Rate :

حيث يشير معدل الوفيات الخام إلى العدد الإجمالى للوفيات فى السنة لكل ألف من السكان ويحسب على النحو التالى:

$$\text{معدل الوفيات الخام} = \frac{\text{عدد الوفيات فى البلد فى السنة}}{\text{العدد الإجمالى لسكان البلد (فى منتصف السنة)}} \times ١٠٠٠$$

ويختلف هذا المعدل من دولة إلى أخرى، بل وفى الدولة الواحدة من فترة زمنية إلى أخرى، ففى سنة ١٩٨٨ بلغ هذا المعدل فى الولايات المتحدة ٩ فى الألف وفى أثيوبيا ١٥ فى الألف، وفى كندا ٧ فى الألف، وفى سيراليون ٢٩ فى الألف، والأخيرة من أعلى معدلات الوفيات فى العالم[١].

ويستخدم هذا المعدل للوقوف على الحالة الصحية وتطورها فى بلد ما خلال فترة زمنية من السنوات إلا أنه لا يصلح وحده للمقارنة بين بلدين خاصة إذا كان التركيب العمرى فى البلد الأول يختلف عن التركيب العمرى

---

(١) James A. Inciardi & Robcrt A. Rothman. Op. Cit. P. 588.

فى البلد الآخر، فقد يكون هذا المعدل مرتفعاً فى مرحلة الطفولة فى البلد الأول بينما يكون هذا المعدل مرتفعاً فى مرحلة الشيخوخة فى البلد الآخر، لكنه من الملاحظ أن معدل الوفيات قد هبط فى معظم بلاد العالم هبوطاً ملحوظ خـلال الستين سنة الأخيرة بسبب الاهتمام بالصحة وتقدم الأساليب الطبية ومعرفـة أسباب كثير من الأمراض وتوفير التطعيمات التى تقلل من الإصابة بها.

فإذا علمنا أن عدد الوفيات بمدينة الإسكندرية سنة ١٩٧٧ هو ٢٢٧٥١ وكان عدد سكان المدينة فى منتصف نفس السنة ٢,٣٤٩,٣٤٥

فإن معدل الوفيات الخام = $\frac{٢٢٧٥١}{٢٣٤٩٣٤٥}$ × ١٠٠٠ = ٩,٧ فى الألف.

أى أنه من كل ١٠٠٠ من السكان بلغ عدد الوفيات ١٠ تقريباً.

معدل *الزيادة الطبيعية* :

ومن خلال توفر البيانات عن عدد المواليد وعدد الوفيات فى بلد ما فى سنة معينة، وعدد سكان هذه البلد فى منتصف السنة يمكن الحصول على معدل المواليد الخام، وكذلك الحصول على معدل الوفيات الخام، ومن خلال هـذين المعدلين نحصل على معدل الزيادة الطبيعية وهذا المعدل يمثل الفـرق بـين معدل المواليد ومعدل الوفيات فى نفس البلد فى نفس السنة.

فإذا علمنا أن معدل المواليد الخام فى الإسكندرية سنة ١٩٦٧٧ هـو ٣٣,٦ فى الألف ومعدل الوفيات الخام فى نفس المدينة فى نفس السنة هو ٩,٧ فى الألف.

فإن معدل الزيادة الطبيعية = معدل المواليد الخام – معدل الوفيات الخام.

= ٣٣,٦% – ٩,٧% = ٢٣,٩ فى الألف

وهذا يعنى أن كل ألف من سكان المدينة يزدادون زيادة صافية بمقدار ٢٤ فرداً تقريباً فى السنة، وقد تفاوت معدل الزيادة الطبيعية فى الألف فى الإسكندرية: من سنة إلى أخرى على النحو التالى:

السنة	١٩٧١	١٩٧٢	١٩٧٣	١٩٧٤	١٩٧٥	١٩٧٦	١٩٧٧
معدل الزيادة الطبيعية	٢١,٠٠٠	١٧,٩	٢٠,٦	٢٠,٠٠	٢٠,١	٢٣,٥	٢٣,٩

معدل *الوفيات الرضع* :

يشير معدل وفيات الأطفال الرضع إلى عدد وفيات الأطفال الذين لم يبلغوا عاماً من العمر فى بلد ما فى السنة لكل ١٠٠٠ من المواليد أحياء فى نفس البلد فى نفس السنة ويمكن حساب معدل الوفيات الرضع على النحو التالى:

معدل الوفيات الرضع =

$$= \frac{\text{عدد وفيات الأطفال الرضع (أقل من سنة) فى البلد أثناء السنة}}{\text{عدد المواليد أحياء فى نفس البلد فى نفس السنة}} \times ١٠٠٠$$

ويعتبر معدل وفيات الأطفال الرضع مقياساً دقيقاً للمستوى الصحى ومستوى الوعى الاجتماعى للسكان حيث أن هذه الفئة تتأثر بشدة بالحالة الصحية بسبب ضعف قدرتهم على مقاومة الأمراض، ويمكن استخدام هذا المعدل في المقارنة بين البلدان لأنه لا يتأثر بالتركيب العمرى والنوعى للسكان فى البلد.

تصحيح معدل *الوفيات الخام* :

لقد سبق أن أشرنا إلى أن معدل الوفيات الخام رغم أهميته إلا أنه على صورته هذه لا يصلح لمقارنة بين البلدان المختلفة لأنه لا يأخذ فى اعتباره التركيب العمرى والنوعى للسكان، حيث أن هذا التركيب العمرى والنوعى

للسكان يختلف من بلد إلى آخر، لذلك لكى يصلح هذا المعدل للمقارنة فإن ذلك يتطلب تصحيح هذا المعدل، ولتصحيح هذا المعدل فإننا نقوم بالبحث عن توزيع نموذجى للسكان فى فئات العمر المختلفة كأساس فى عمل المقارنات وكذلك نسب أو عدد الوفيات فى هذه الفئات العمرية فى هذه المدينة أو البلد المثالى، وهناك طريقتان لتصحيح معدل الوفيات الخام إحداهما هى الطريقة المباشرة والأخرى الطريقة غير المباشرة، وعند إختيار مدينة أو دولة نموذجية أى أن يكون توزيع سكانها خالية من العوامل الشاذة التى تؤثر على السكان مثل قرب عهدها من حرب، ولا أن تكون بلداً قديماً يهاجر منه الشبان أو حديثاً يهاجر إليه الشبان.

تصحيح معدل الوفيات الخام بالطريقة المباشرة :

ويتطلب هذه الطريقة توفر:

أ- توزيع سكان المدينة (أ) المراد تصحيح معدل الوفيات بها، وذلك بحسب الفئات العمرية المختلفة.

ب- نسبة الوفيات فى كل فئة عمرية فى المدينة (أ) وإذا كانت البيانات المتوفرة هى عدد الوفيات فى كل فئة عمرية فيمكن استخراج نسبة الوفيات لكل فئة عمرية وذلك بقسمة عدد الوفيات فى الفئة العمرية على حجم سكان هذه الفئة العمرية.

جـ- توزيع سكان المدينة المثلى (ب) وفقاً للفئات العمرية المختلفة.

خطوات الحصول على المعدل المصحح للوفيات هى كالآتى :

أ- باستخدام معدلات الوفيات فى الفئات العمرية للمدينة (أ) وتوزيع سكان المدينة المثالية (ب) فى هذه الفئات العمرية نحصل على عدد الوفيات الفرضى للمدينة المثالية ثم نجمع عدد هذه الوفيات فى الفئات العمرية

ونقسيمها على عدد سكان المدينة المثالية (ب) بعد ضـربها فـي ١٠٠٠ لنحصل على المعدل المصنحح للوفيات.

مثال :

احسب المعدل الخام والمعدل المصحح للوفيات للمدينة التى بياناتهـا كالآتى:

فئات العمر	عدد السكان فى المدينة	عدد الوفيات فى المدينة	عدد السكان فى المدينة المثلى
صفر –	٤٠٠٠٠	٣٢٣٠	١٢٥,٥
١ –	٧٠٤٠٠٠	١٩٦٠	٢٩٨,٠
٢٠ –	٥١٥٠٠٠	٢٢٦٠	٢٦٩,٦
٤٠ –	٢٥٦٠٠٠	٢٩٦٠	١٩٢,٣
٦٠ فأكثر	٩٠٠٠٠	٥٤٠٠	١١٤,٦
المجموع	١٦,٥٠٠٠	١٥٨١٠	١٠٠٠,٠٠

من خلال هذه البيانات فإن المطلوب :

أ– حساب المعدل الخام للوفيات.

ب– حساب معدل الوفيات المصـحح.

أ– معدل الوفيات الخام = $\frac{\text{عدد الوفيات فى المدينة}}{\text{عدد سكان المدينة}}$ × ١٠٠٠

= $\frac{١٥٨١٠}{١٦٠٥٠٠٠}$ × ١٠٠٠ = ٩,٨٥ فى الألف.

ب– حساب معدل *الوفيات المصحح* :

من خلال النظر إلى البيانات المتاحة نتبين أن هناك بيانات لابد مـن الحصول عليها حتى نستطيع حسابه.هذا المعدل وهى: حساب معدل الوفيـات فى المدينة لكل فئة عمرية، وذلك بقسمة عدد الوفيات فى كل فئة عمرية على

عدد سكان هذه الفئة العمرية فى المدينة، ثم حساب عدد الوفيات الفرضــى أو المتوقع لكل فئة عمرية فى المدينة المثلى، وذلك بضرب معدل الوفيات لكــل فئة عمرية فى المدينة الأصلية فى عدد السكان فى كل فئة عمرية فى المدينة المثلى، ثم نجمع عدد الوفيات المتوقع ونقسمه على عدد سكان المدينة المثلــى ونضربه فى الألف لنحصل على معدل الوفيات المعدل.

١	٢	٣	٤	٥	٦
فئات العمر	عدد سكان المدينة	عدد وفيات المدينة	معدل الوفيات فى المدينة %	عدد سكان المدينة الكلى	عدد الوفيات فى المدينة المثلى
صفر –	٤٠٠٠٠	٣٢٣٠	٨٠,٧٥	١٢٥,٥	١٠,١٣٤
١ –	٧٠٤٠٠٠	١٩٦٠	٢,٧٨	٢٩٨,٠	٠,٨٣٠
٢٠ –	٥١٥,٠٠٠	٢٢٦٠	٤,٣٩	٢٦٩,٦	١,١٨٣
٤٠ –	٢٥٦٠٠٠	٢٩٦٠	١١,٥٦	١٩٢,٣	٢,٢٢٣
٦٠ فأكثر	٩٠٠٠٠	٥٤٠٠	٦٠,٠٠٠	١١٤,٦	٦,٨٧٦

العمود الرابع هو ناتج قسمة البيانات فى العمود الثالث على بيانــات العمود الثانى مضروباً فى الألف، والعمود السادس هو حاصل ضرب العمود الرابع فى العمود الخامس مقسوماً على الألف.

ومن هذه البيانات نحصل على المعدل الصحيح للوفيــات = بقسمة مجموع العمود السادل على مجموع العمود الهامس مضروباً فى الألف.

معدل الوفيات الصحيح = $\frac{٢١,٢٤٦}{١٠٠٠}$ × ١٠٠٠ = ٢١,٢٤٦ فى الألف

تصحيح معدل الوفيات الخام بالطريقة غير المباشرة :

ولاستخدام هذه الطريقة ينبغى أن يتوفر البيانات الآتية :

أ– توزيع سكان المدينة الأصلية (أ) المراد تصحيح معدل الوفيات بها حسب الفئات العمرية المختلفة.

ب- معدل الوفيات الخام فى المدينة الأصلية (أ) وهو المعدل المراد تصحيحه.

جـ- توزيع السكان فى المدينة النموذجية حسب الفئات العمرية المختلفة.

د- معدل الوفيات فى الفئات العمرية المختلفة فى المدينة النموذجية.

هـ- عدد الوفيات فى الفئات العمرية فى المدينة النموذجية.

ونستطيع من خلال هذه البيانات الحصول على المعدل المصحح لمعدل الوفيات باستخدام الخطوات الآتية:

أ- تحصل على معدل الوفيات الخام المعيارى للمدينة النموذجية =

$$= \frac{\text{عدد الوفيات فى المدينة النموذجية}}{\text{عدد السكان فى المدينة النموذجية}} \times ١٠٠٠$$

ونرمز للناتج بالرمز (ل).

ب- تحسب عدد الوفيات الفرضى أو المتوقع فى المدينة الأصلية (أ) فى الفئات العمرية المختلفة، وذلك بضرب كل معدل من معدلات الوفيات فى الفئات العمرية المختلفة للمدينة النموذجية فى عدد سكان نفس الفئة فى المدينة الأصلية.

ثم تحسب معدل الوفيات الفرضى أو المتوقع للمدينة الأصلية (أ) بقسمة مجموع الوفيات الفرضية فى المدينة الأصلية على عدد سكان المدينة الأصلية (أ) مضروباً فى الألف.

معدل الوفيات الفرضى للمدينة الأصلية (أ) =

$$= \frac{\text{عدد الوفيات الفرضى فى المدينة الأصلية (أ)}}{\text{عدد سكان نفس المدينة}} \times ١٠٠٠$$

ونرمز للناتج بالرمز م

ثم نحصل على معامل التصحيح بقسمة ل على م

معامل التصحيح = $\frac{ل}{م}$ وهذا المعامل نقيس مقدار الزيادة أو التخفيض فى معدل الوفيات.

ثم نحصل على المعدل المصحح للوفيات بضرب المعدل الخام للمدينة (أ) فى معامل التصحيح.

المعدل المصحح للوفيات = المعدل الخام للوفيات للمدينة الأصلية (أ) × $\frac{ل}{م}$

معدلات *الوفيات التفصيلية*:

نظراً لأن معدلات الوفيات تختلف باختلاف الفئات العمرية كما أنها تختلف باختلاف النوع لذلك يمكن حساب معدلات الوفيات التفصيلية لكل فئة عمرية على حده وكذلك لكل نوع أو لكل مهنة على حدة.

أ- معدل الوفيات لفئة عمرية معينة =

$$= \frac{\text{عدد الوفيات فى هذه الفئة العمرية فى مجتمع ما خلال سنة معينة}}{\text{عدد السكان فى هذه الفئة العمرية فى نفس المجتمع فى منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

مثلاً معدل الوفيات العمرية من ١٥ – ٢٠ =

$$= \frac{\text{عدد الوفيات فى هذه الفئة فى مجتمع ما خلال سنة معينة}}{\text{عدد سكان هذه الفئة فى نفس المجتمع فى منتصف السنة}} \times ١٠٠٠$$

ب- معدل وفيات الإناث فى فئة عمرية معينة فى مجتمع ما =

$$= \frac{\text{عدد الوفيات من الإناث فى فئة عمرية معينة فى سنة معينة}}{\text{عدد الإناث فى نفس الفئة العمرية فى المجتمع فى منتصف نفس السنة}} \times ١٠٠٠$$

جـ- معدل الوفيات لمهنة معينة =

$$= \frac{\text{عدد الوفيات من أفراد المهنة فى مجتمع ما فى سنة معينة}}{\text{عدد السكان الذين يمارسون هذه المهنة فى منتصف العام}} \times ١٠٠٠$$

المقاييس الديموجرافية للتركيب السكانى :

يعتبر التركيب النوعى، والعمرى، والحالة الزواجية، والحالة التعليمية من أهم التركيبات السكانية التى ينبغى الاهتمام بدراستها والتعرف عليها فى المجتمع حيث أنها تفيد فى معرفة الخصائص الديموجرافية لمجتمع معين من المجتمعات فى فترة زمنية معينة.

ومن هذه المقاييس الديموجرافية للتركيب السكانى :

١- *نسبة النوع فى المجتمع :*

وتعد هذه النسبة مقياس للتركيب النوعى لسكان أحد المجتمعات، حيث يوضح العلاقة بين نوعى المجتمع (الذكور – الإناث) سواء بالنسبة لسكان المجتمع ككل أو بالنسبة لبعضهما البعض، فإذا رمزنا للذكور فى المجتمع بالرمز (ك) وللإناث بالرمز (ث)، ولجملة السكان بالرمز (ك + ث) ولعدد الذكور فى فئة عمرية معينة (ف) بالرمز كس، ولعدد الإناث فى مجتمع ما فى الفئة العمرية (ف) بالرمز (ثس).

فيمكن الحصول على النسب الآتية :

نسبة الذكور إلى الإناث فى المجتمع $= \frac{\text{ك}}{\text{ث}} \times ١٠٠$

نسبة الإناث إلى الذكور فى المجتمع $= \frac{\text{ث}}{\text{ك}} \times ١٠٠$

نسبة الذكور إلى إجمالى السكان فى المجتمع $= \frac{\text{ك}}{\text{ك} + \text{ث}} \times ١٠٠$

نسبة الإناث إلى إجمالى السكان فى المجتمع $= \frac{\text{ث}}{\text{ك} + \text{ث}} \times ١٠٠$

نسبة الذكور إلى الإناث فى فئة عمرية معينة $= \frac{\text{كس}}{\text{ثس}} \times ١٠٠$

نسبة الإناث إلى الذكور فى فئة عمرية معينة $= \frac{\text{ثس}}{\text{كس}} \times ١٠٠$

ولمعرفة نسبة النوع فى فئة عمرية معينة له أهمية كبيرة حيث أنها تتأثر بعوامل كثيرة منها المستوى المعيشى والحضارى والحراك السكانى سواء داخلى أو خارجى.

مثال :

إذا علمت أن تعداد أقليم الاسكندرية سنة ١٩٧٦ هو ٢,٣٠٣,٥٣٩ نسمة منهم ١,١٨٠,٥١٨ ذكور ، ١,١٢٣,٠٢١ إناث، وأن عدد الذكور فى الفئة العمرية من ٣٠ – ٣٥ هو ٨٠٢١٠ نسمة والإناث ٧٤٣١٢ نسمة وعدد السكان فى هذه الفئة ١٥٤٥٢٢ نسمة، أوجد نسبة الذكور إلى الإناث، ونسبة الذكور إلى إجمالى سكان الإقليم ونسبة الإناث إلى الذكور، ونسبة الإناث إلى جملة سكان الإقليم، ونسبة الذكور إلى الإناث فى الفئة العمرية ٣٠ –٣٥، ونسبة الإناث إلى الذكور فى الفئة العمرية من ٣٠– ٣٥.

الحل :

نسبة الذكور إلى الإناث = ك/ث × ١٠٠ ، ١١٨٠٥١٨/١١٢٣٠٢١ × ١٠٠ = ١٠٥,١٢%

نسبة الذكور إلى الإناث = ث/ك × ١٠٠ ، ١١٢٣٠٢١/١١٨٠٥١٨ × ١٠٠ = ٩٥,١٣%

نسبة الذكور إلى إجمالى سكان الإقليم = ك/(ك+ث) × ١٠٠

= ١١٨٠٥١٨/٢٣٠٣٥٣٩ × ١٠٠ = ٥١,٢٥%

نسبة الإناث إلى إجمالى سكان الإقليم = ث/(ك+ث) × ١٠٠

= ١١٢٣٠٢١/٢٣٠٣٥٣٩ × ١٠٠ = ٤٨,٧٥%

نسبة الذكور إلى الإناث فى الفئة العمرية من ٣٠ – ٣٥ =

= (ذ ٣٠–٣٥ ÷ ث ٣٠–٣٥) × ١٠٠ = (٨٠٢١٠ ÷ ٧٤٣١٢) × ١٠٠ = ١٠٧,٩٤٪

نسبة الإناث إلى الذكور فى الفئة العمرية من ٣٠ – ٣٥ =

= (ث ٣٠–٣٥ ÷ ذ ٣٠–٣٥) × ١٠٠ = (٧٤٣١٢ ÷ ٨٠٢١٠) × ١٠٠ = ٩٢,٦٥٪

نسبة الإعالة :

تستخدم هذه النسبة كمؤشر لمعرفة العبء الاقتصادى الذى يتحمله الفئات المنتجة، حيث تصبح الفئات المنتجة مسئولة عن إعالة الفئات غير المنتجة فى المجتمع، فإذا كانت الفئات غير المنتجة تشمل صغار السن، هى فئة الأطفال الذين تقل أعمارهم عن ١٥ سنة، وفئة كبار السن الذين تبلغ أعمارهم أكثر من ٦٠ سنة، وكانت الفئة المنتجة هى الفئة التى تقع فى الفئة العمرية من ١٥ – ٦٠ سنة.

فإن نسبة الإعالة = (حجم الفئات غير المنتجة ÷ حجم الفئة المنتجة) × ١٠٠

= (عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة + عدد المسنين أكثر من ٦٠ سنة ÷ عدد العاملين فى الفئة العمرية (١٥ – ٦٠)) × ١٠٠

مثال :

إذا علمنا أنه فى تعداد ١٩٧٦ كان عدد السكان الذين يقيمون فى الفئة العمرية أقل من ١٥ سنة ٨١٩٤٢٥ نسمة، وأن عدد السكان الذين يبلغون من العمر أكثر من ٦٠ سنة ١٢٨٢٤٩ نسمة، وعدد السكان العاملين فى الفئة العمرية من ١٥ – ٦٠ سنة ٥٧٨٤١٩ نسمة، فأوجد نسبة الإعالة.

الحل :

نسبة الإعالة =

= (عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة + عدد المسنين أكثر من ٦٠ سنة) / (عدد العاملين فى الفئة العمرية (١٥ ــ ٦٠)) × ١٠٠

= (١٢٨٢٤٩ + ٨١٩٤٢٥) / ٥٧٨٤١٩ × ١٠٠ = ٩٤٧٦٧٤ / ٥٧٨٤١٩ × ١٠٠ = ١٦٣٫٨٤%

وهذا يعنى أن كل ١٠٠ فرد من القوى المنتجة فى إقليم الإسـكندرية يقوم بإعالة ١٦٤ فرد تقريباً وهذايعنى ارتفاع العبء الاقتصادى على كاهـل الفئات المنتجة فى المجتمع ومن البيانات السابقة يمكن الحصول علـى نـسبة إعالة الأطفال فقط ونسبة إعالة المسنين فقط.

نسبة إعالة الأطفال = (عدد الأطفال أقل من ١٥ سنة) / (عدد العاملين فى الفئة العمرية (١٥ ــ ٦٠)) × ١٠٠

= ٨١٩٤٢٥ / ٥٧٨٤١٩ × ١٠٠ = ١٤١٫٦٧%

وهذا يعنى أن كل ١٠٠ فرد من القوة المنتجة تقوم بإعالة ١٤٢ طفل تقريباً.

نسبة إعالة المسنين= (عدد المسنين أكثر من ٦٠ سنة) / (عدد العاملين فى الفئة العمرية (١٥ ــ ٦٠)) × ١٠٠

= ١٢٨٢٤٩ / ٥٧٨٤١٩ × ١٠٠ = ٢٢٫١٧%

وهذا يعنى أن كل ١٠٠ فرد من القوة المنتجة فى الإسـكندرية يقـوم بإعالة ٢٢ مسن تقريباً، ومن الملاحظ أن:

نسبة الإعالة العامة = نسبة إعالة الأطفال + نسبة إعالة المسنين

الإعالة العامة = ١٤١٫٦٧% + ٢٢٫١٧% = ١٦٣٫٨٤%



الفصل الثامن

الحاسب الآلى



التعريف بالحاسوب

١- تعريف الحاسوب (Computer Definition):

أن كلمة كمبيوتر Computer مشتق من الفعل Compute بمعني يحسب، ويعرف الحاسوب بأنه آلة حاسبة الكترونية ذات سرعة عالية و دقة متناهية يمكنهـا معالجـة البيانـات Data Processing وتخزينهـا Storing واسترجاعها Retrieval وفقا لمجموعة من التعليمات والأوامر للوصـول للنتائج المطلوبة. ويضاف في اللغة الإنكليزية الحرفين er إلى آخرة بعض الأفعال لتحولها إلى اسم فاعل فتصبح حاسب أو حاسوب.

- الحاسوب هو من الآلات الالكترونية Electronic devices تقوم بمجموعة مترابطة ومتتالية من العمليات على مجموعة من البيانات الداخلـة Input Data تتناولها بالمعالجة وفقا لمجموعـة مـن التعليمـات Instructions والأوامر الصادرة إليه، المنسقة تنسيقا منطقيا حـسب خطـة موضـوعة مسبقا لحل مسألة معينة معرفة بغرض الحصول على نتـائج Algorithm ومعلومات تفيد في تحقيق أغراض معينة، وتـسمى التعليمـات والأوامـر بالجمل Statements، ومجموعة الجمل هذه تـسمى برنامجـاً Program والشخص الذي يصمم البرنامج يسمي مبرمج Programmer.
- هو مجموعة من الأجهزة الالكترونية تـسمي المعـدات Hardware يـتم التحكم في أدائها بواسطة مجموعة من البرمجيات Software.
- أطلق شارل باباج لفظة computer على الشخص الذي يدخل البيانات إلى الحاسوب، لكن فيما بعد أطلقت اللفظة على الآلة نفسها. عربت هذه اللفظـة بكلمة حاسوب.

٢- خصائص الحاسوب :

١. سرعة إنجاز العمليات.
٢. سرعة دخول البيانات و استرجاع المعلومات .
٣. القدرة على تخزين المعلومات .
٤. دقة النتائج و التي تتوقف أيضا على دقة المعلومات المدخلة للحاسوب .
٥. تقليص دور العنصر البشري خاصة في المصانع التي تعمل آليا .
٦. سرعة إجراء العمليات الحسابية و المنطقية المتشابكة .
٧. إمكانية عمل الحاسوب و بشكل متواصل دون تعب .
٨. تعدد البرمجيات و البرامج الجاهزة والتي تسهل استخدام الحاسوب دون الحاجة إلى دراسة علم الحاسوب و هندسة الحاسوب .
٩. إمكانية اتخاذ القرارات وذلك بالبحث عن كافة الحلول لمسألة معينة و أن يقدم أفضلها وفقا للشروط الموضوعة والمتطلبات الخاصة بالمسألة المطروحة .
١٠. قابلية الربط و الاتصال من خلال شبكات الحاسوب حيث يمكن ربط أكثر من جهاز مع إمكانية التحاور ونقل البيانات والمعلومات فيما بينها .

أهمية الكمبيوتر تكمن في تبسيطها للكثير من الأعمال الصعبة أو التي تحتاج وقتاً طويلاً لإتمامها كالأعمال الصناعية و التجارية، والإدارات الحكومية، و الجامعات والمعاهد، وسيلة ذات قدرة عالية في حل المسائل الرقمية و الدقة في حفظ و استرجاع المعلومات وتصميم الوثائق والصور وإظهارها.

فوائد الحاسوب

يمكن تلخيص فوائد الحاسوب في هذه النقاط :

١- حل المســــــائل الرقمية : أصعب الأمور التي تقوم بها الحواسيب حـــل المعادلات الرياضية الطويلة التي تحتوي على الأرقام. وتستطيع لحواسيب إنجاز هذه المسائل بفترة قصيرة جدا. وفي أحوال كثيرة يوضّح الحل كيف تعمل أشياءأو تحدث.

٢- تخزين واسترجاع المعلومات : يستخدم الناس الكمبيوتر لتخـــــــــزين كمية كبيرة وهائلةلايمكن تصديقه من المعلومـــات. وتـــسمى قاعــــــدة بيـــانات . وتحتوي هذه القاعدة على بيانات ومعلومات ضخمة مثل عـــدد سكان بلد ما. والحاســوب يقوم بالبحــث عن معلومة معينة بسرعة كبيرة ويمكن تغيير و تعديل المعلومة في أقل من ثانية واحدة.

٣- الحاسوب أيضاً يستخدم للتحكم في الأجهزة والأدوات الآلية , مثل النظام الهاتفي والسحب الالي في البنوك , وأجهزة الطيران الآلـــي بالطـــائرات ,حيث تتجاوب الحواسيب مع المشاكل اكثر من البشر.

٤-إنشاء الوثائق والصور وعرضها: الأرصاد الجوية تستعين بالحاسوب في التنبؤ بأجواء الطقس و تغير المناخ.تستخدم بعض البرنامج فـــي معالجـــة الكتابات و النصــــــوص والكتب والخطابات والوثائق المختلفة.ومن خلال الحاسوب نستطيع تصحيح الأخطاء الإملائيـــة والتعــديل علـــى الجمـــل والكلمات ومن أهم المستخدمين السكرتيرون و المحـــاميين و العلمـــاء و الصحفيون.

٥- يمكن أن يستخدم الحاسوب للتحكم في "الروبوت" (الإنسان الآلي) الذي يؤدي المهام المتكررة, مثل أنظمة خطوط التجميع في الصناعة, والتي تعفي العمالة البشرية من الإجهاد الطبيعي والنفسي المصاحب لمثل هذه المهام .

سلبيات الحاسوب .

استخدام الحاسوب لا يخلو من السلبيات التي تؤثر على شخصية مستخدمه، حيث تحدثت الوسائل الإعلامية والدراسات العلمية عن تلك السلبيات مثل انتشار الكآبة بين الكثير من مستخدمي الحاسوب، اضافة الى امكانية شعورالكثير منهم بالآلام التي تصيب الظهر و توتر العضلات خاصة عضلات الرقبة، وقد يجعل الفرد يشعر بحالات الانعزال عن مجتمعه، والبقاء منكباً على نفسه، وهذه الحالات يمكن أن تكون ناتجة عن مشكلات شخصية ليس لها أية علاقة بالحاسوب، لكن من يصاب بها يجد فيها صديقاً ينسيهم ويأسرهم حيث يهربون إليه حتى من أنفسهم.

• بالرغم من كل تلك السلبيات إلى أن في هذه التجربة الشخصية للحاسوب تجعل الطالب وجميع المثقفين الضرورة في دخول هذا العالم المليء بالمهارات والخبرات حيث لا يمكن لأحد منهم الاستغناء عنها في عصرنا هذا، وإذا لم نسارع في الاستفادة من هذه الفرص التي أتيحت لنا اليوم فإننا سندفع الكثير الكثير لكي نلحق بالركب في الغد. ويمكن أن يكون أكثر الأفراد ممن تكون حاجتهم في تزايد إلى "الحاسوب" هم الذين يعملون في مجال المدرسة والتعليم من المرحلة الأولى في حياة الفرد، وحتى الوصول إلى إلى الدراسات الجامعية والعليا ومن منكم لا يصدق فاليجرب، وسيرى ويلاحظ من حول المستخدمين لهذا الكمبيوتر ويدخلون في عالمه.

مشكلات عصر الحاسوب

١) الحواسيب والسرية:

يحس الأفراد بالخوف من تهديد في أمان وسرية بياناتهم و معلوماتهم الشخصية عن طريق سوء استعمال أواختراق غير مسموح به لقواعد بيانات الحاسوب. وتحتوي قواعد البيانات على معلومات الطبية والمصرفية والإجتماعية و اللتجارية والمالية والضرائبية.أو تحتوي القواعد على معلومات للدولة مثل الأمن والمعلومات العسكرية وتكون خطيرة وفي غاية السرية.

٢) الحواسيب والأمن:

بعض جرائم الحاسوب تتم من داخل او خارج المؤسسة ويمنع الدخول إلى الحواسيب دون تصريح، ولكن على الرغم من ذلك، فإن اختراقات الحاسوب قد تحدث. وهناك جواسيس الصناعة واللصوص خطوط الهاتف للدخول الى الكمبيوتر. وتتم سرقة المعلومات وتعديلها. ويسرق الافراد المال باستخدام إمكانية الحاسوب في نقل و تحويل الأموال كهربائيًا من حساب إلى آخر.

٣) مشكلات أخرى:

يمكن أن يؤدي ضياع المعلومات إذا حصلت كارثة طبيعية، كالهزة الأرضية أو نار أو الفيضان. ويتسبب ذلك فيتعطيل و تأخير المعاملات، وتوقف العمليات و العمل، وخلق مشكلات للعملاء. وقد يؤدي ضرر في الحاسوب إلى حوادث وتصادم في حركة الطائرات. وتعطل حاسوب بمكان في الدفاع الوطني لمصائب أكبر.

أنواع الحواسيب.

يمكن تقسيم الحواسيب إلى:

- حواسيب الإطار الرئيسي: وهي الحواسيب ذات السعات التخزينية الضخمة والكفاءة العالية في المعالجة والتي تستخدم في المنشآت الكبيرة كالدوائر الحكومية والجامعات والشركات الكبرى، حيث يتم ربط الجهاز الرئيسي بمجموعة من الأجهزة الفرعية تسمى نهايات طرفية.

- حواسيب شخصية: وهي الحواسيب التي نراها في المنازل والمكاتب. ويستعمل مصطلح الحاسوب بشكل عام في الإشارة إلى الحواسيب الشخصية.

- حواسيب كفيّة: وهي أجهزة صغيرة لا يتجاوز حجمها كف اليد، تستخدم في إجراء بعض المهام الحاسوبية البسيطة كحفظ البيانات الضرورية والمواعيد، وقد توسع استخدامها مؤخراً حتى أصبحت تضاهي باستخداماتها الحواسيب الأخرى، حيث تستخدم بعضها في الدخول إلى الانترنت أو الاستدلال في الطرق من خلال أنظمة الإبحار.

- حواسب مدمجة: وهي الحواسيب الموجودة في العديد من الأجهزة الإلكترونية والكهربائية، إذ أن العديد من الأجهزة تحتوي حواسيب لأغراض خاصة. فمثلاً توجد الحواسيب في الهواتف السيارات وأجهزة الفيديو والطائرات وغيرها. والحواسيب المدمجة أو ما يطلق عليها اسم المتحكم الصغير وهي عبارة عن microcontroler هكذا تسمى باللغة الإنجليزية لأنه عدة أجزاء حاسوب موضوعة في رقاقة إلكترونية واحدة وهي الchip التي تبرمج كيفما تريد نعم تستطيع عمل برمجة لهذه الرقاقات

وتستطيع محيها أكثر من ١٠٠٠ مرة وإعادة برمجتها من أهم القطع المستعملة ألا وهي pic16f84 الشهيرة من شركة microship العالمية وهناك نسخ أفضل من هذه الرقاقة، يمكنك عمل الآف التطبيقات بواسطة برمجة هذه الرقاقة أي تسيرها حسبما تريد أن تسيرها.

تنقسم مكونات الحاسوب إلى قسمين رئيسيين: العتاد الصلب (بالإنجليزية: Hardware) والبرمجيات (بالإنجليزية: Software) المشغلة له. وينقسم العتاد الصلب للحاسوب إلى خمس تصنيفات رئيسة: أجهزة الإدخال، والمعالجة، وأجهزة الإخراج، ووسائط التخزين، وأجهزة الاتصال. في حين تنقسم البرمجيات الحاسوبية إلى: أنظمة التشغيل، والتطبيقات.

تتعدد أنواع الحواسيب من حيث طريقة عملها وحجمها بالإضافة إلى سرعتها، فأوائل الحواسيب الإلكترونية كانت بحجم غرفة كبيرة وتستهلك طاقة مماثلة لما يستهلكه بضعة مئات من الحواسيب الشخصية اليوم.[1] كما أن السنوات الأخيرة شهدت انخفاضاً في تكاليف صناعة البنية الصلبة إلى الحد الذي أصبحت معه الحواسيب الشخصية سلعة منتشرة بشكل كبير. توسع تطبيق الحواسيب في مختلف المجالات والأجهزة في وقتنا الحالي، فصنعت الساعة الذكية، وطبقت الملاحة الإلكترونية بشكل واسع عن طريق نظام التموضع العالمي وأصبحت أجهزته في متناول الجميع، كما أن كثيراً من رجال الأعمال يهتمون بتطبيقها في أعمالهم التجارية لتقليل الأيدي العاملة وتخفيض تكلفة الإنتاج. ينظر المجتمع إلى الحاسوب الشخصي – ونظيره المتنقل؛ الحاسوب المحمول – على أنهما رمزي عصر المعلومات؛ فهما ما يفكر به معظم الناس عند الحديث عن الحاسوب. ومع هذا فأكثر أشكال الحاسوب استخداماً اليوم هي الحواسيب المضمّنة وهي الحواسيب المضمنة في

....

أجهزة صغيرة وبسيطة تستخدم عادة للتحكم في أجهزة أخرى، فعلى سبيل المثال يمكنك أن تجدها في آلات تتراوح من الطائرات المقاتلة، والآليين، وآلات التصوير الرقمية إلى لعب الأطفال، وأجهزة الحاكوم.

كيف تعمل الحواسب؟

بينما تغيرت التقنيات المستخدمة في الحواسيب بصورة مثيرة منذ ظهور أوائل الحواسيب الإليكترونية متعددة الأغراض من أربعينات القرن العشرين، ما زال معظمها يستخدم بنية البرنامج المخزن (يطلق عليها في بعض الأحيان بنية von Neumann). استطاع التصميم جعل الحاسوب العالمي حقيقة جزئيا.

و تصف هذه البنية الحاسوب في أربع أقسام رئيسية:

- وحدة الحساب والمنطق Algorathim and Logic Unit ALU
- وحدة التحكم (بالإنجليزية: Control Unit)
- الذاكرة
- أجهزة الإدخال والإخراج (بالإنجليزية: Input /output I/O).

وهذه الأجزاء تتصل ببعضها عن طريق حزم من الاسلاك (تسمى "النواقل" BUS عندما تكون نفس الحزمة تدعم أكثر من مسار بيانات) وتكون في العادة مقاسة بموقت أو ساعة (مع أن الأحداث الأخرى تستطيع أن تقود دائرة التحكم).

فكريا، من الممكن رؤية ذاكرة الحاسوب كأنها قائمة من الخلايا. كل خلية لها عنوان مرقم وتستطيع الخلية تخزين كمية قليلة وثابتة من المعلومات. هذه المعلومات من الممكن أن تكون إما تعليمة (أمر) والتي تخبر الحاسب بما

يجب أن يفعله وإما أن تكون بيانات وهي المعلومات التي يقوم الحاسب بمعالجتها باستخدام الأوامر التي تم وضعها على الذاكرة. عموما، يمكن استخدام أي خلية لتخزين إما أوامر أو بيانات.

وحدة الحساب والمنطق هي تعتبر قلب الحاسوب. وهي قادرة على تنفيذ نوعين من العمليات الأساسية.

- الأولى هي العمليات الحسابية، جمع أو طرح رقمين سويا. إن مجموعة العمليات الحسابية قد تكون محدودة جدا، في الواقع، بعض التصميمات لا تدعم عمليتي الضرب والقسمة بطريقة مباشرة (عوضا عن الدعم المباشر، يستطيع المستخدمون دعم عمليتي الضرب والقسمة وذلك من خلال برامج تقوم بمعالجات متعددة للجمع والطرح والأرقام الأخرى).
- القسم الثاني من عمليات وحدة الحساب والمنطق هي **عمليات المقارنة** بإدخال رقمين، تقوم هذه الوحدة بالتحقق من تساوي أو عدم تساوي الرقمين وتحديد أي الرقمين هو الأكبر. وهي تسمى العملية المنطقية وهي مهمة في البرمجة.

ويقوم نظام التشغيل بجمع مكونات الحاسوب مع بعضها. حيث يقوم بقراءة الأوامر والبيانات من الذاكرة أو من أجهزة الإدخال والإخراج، ليتم تنفيذها من قبل المعالج. و كذلك فك شفرة الأوامر، بتغذية وحدة الحساب والمنطق بالمدخلات الصحيحة طبقا للأوامر، حيث يخبر وحدة الحساب والمنطق بالعملية الواجب تنفيذها على تلك المدخلات وتعيد إرسال النتائج إلى الذاكرة أو إلى أجهزة الإدخال والإخراج.

يعتبر العداد Counter من المكونات الرئيسية في نظام التحكم والذي يقوم بمتابعة عنوان الأمر الحالي، في العادة تزداد قيمة العنوان في كل مرة يتم فيها تنفيذ الأمر إلا إذا أشار الأمر نفسه إلى أن الأمر التالي يجب أن يكون في عنوان آخر (ذلك يسمح للحاسوب بتنفيذ نفس الأوامر بطريقة متكررة).

بدءا من ثمانينات القرن العشرين، صار كل من وحدة الحساب والمنطق ووحدة التحكم (يسميان مجتمعان بوحدة المعالجة المركزية (CPU) المعتاد وجودهما في دائرة متكاملة واحدة تسمى المعالج الصغري (المايكروبروسيسور).

تصنيف الحاسبات الالكترونية:

تصنف الحاسبات الالكترونية حسب :

١. **من حيث قدرتها على التخزين و كفاءتها في إنجاز المهام:** وذلك عن طريق زيادة حجم الذاكرة التي تؤدي إلى زيادة سرعة وكفاءة الحاسوب في إنجاز العمل.

- الحاسوب الضخم (Super Computer) : يعتبر الحاسوب الضخم أو العملاق من أكثر الحواسيب قوة و تستخدم الحواسيب العملاقة في المسائل التي تحتاج إلى عمليات حسابية معقدة جداً و تستعمل هذه الحواسيب في الجامعات, المؤسسات الحكومية و إدارة الأعمال الضخمة .

- الحاسوب الكبير أو العملاق (MainFrame) :يستطيع الحاسوب الكبير دعم ومساندة المئات أو الآلاف من المستخدمين بحيث يعالج الكثير من عمليات الإدخال و الإخراج و التخزين من المستخدمين لمعالجة

البيانات, و يستخدم الحاسوب الكبير في الشركات الضخمة و المنظمات الكبيرة التي تضم الكثير من المستخدمين الذين يحتاجون إلى المشاركة في البيانات و البرامج .

- الحاسوب المتوسط (Minicomputer) :الحاسوب المتوسط أصغر من الحاسوب الكبير و لكنه أكبر من الحاسوب الصغير و يستعمل كمزود خدمة للشبكات و الإنترنت .Network servers, Internet servers.

- الحاسوب الصغير (Microcomputer) : من الشائع عن الكمبيوتر الصغير أنه الحاسوب الشخصي Computer Personal والذي يطلق عليه "PC", و تندرج في إطار الحاسوب الشخصي الحواسيب المحمول computers (Notebook (laptop بحيث يستطيع المستخدمين حمله بكل سهولة و الإستفاده منه مثل PC.

٢. من حيث طريقة العمل :

- الحاسبات الرقمية (Digital Computers):هي أجهزة الكترونية تقوم بمعالجة البيانات المتقطعة و إجراء الحسابات باستعمال الأعداد ممثلة بصورة مباشرة بشكل رقمي وبسرعة فائقة, حيث يتم تمثيل قيم المتغيرات و الكميات بواسطة الأعداد (بالنظام الثنائي غالباً).وهذا النوع الأكثر شيوعاً و الأكثر دقة ويمكن برمجته واستخدامه في كافة المجالات .

- الحاسبات التناظرية (Analogue Computers): هي أجهزة الكترونية تعمل على أساس الموجات, ويختص بقياس التدفق المستمر

للبيانات التي يمكن التعبير عنها في صورة كميات مادية مثل الضغط الجوي و درجة الحرارة و الجهد الكهربائي ويستخدم هذا النوع في المجالات العلمية و الهندسية ويعطي نتائج تقريبية .

- الحاسبات المهجنة (Hybrid Computers): وهي حواسب تجمع بين خواص النوعين السابقين (الرقمي و التناظري) وتستخدم في المجالات العلمية, حيث أن الحاجة إلى معالجة بيانات من النوعين ضروري . ومن مميزات هذا النوع طريقة المعالجة الرقمية ,و القدرة على تخزين البيانات , و الدقة المتناهية, و توليد الاقترانات الرياضية . ومن مساوئ هذا النوع التكلفة العالية ,و الأخطاء الممكن حدوثها, و البرمجة المتداخلة .

٣. من حيث طبيعة أغراض الاستعمال :

- حاسبات الأغراض العامة (General Purpose Computers): يصمم هذا النوع من الحاسبات لأغراض متعددة, مثل تنظيم أجور ورواتب العمال و الموظفين, وتنظيم عمليات الخزن في المصانع والمؤسسات و تحليل المبيعات ,حيث تمتلك المرونة الكافية لتأمين الكفاءة في المجالات التجارية والعلمية والطبية والهندسية .

- حاسبات خاصة الاستعمال (Special Purpose Computers): يصمم من أجل أداء وظيفة محددة, مثل أجهزة الإنذار المبكر و أجهزة الحاسوب المستخدمة في العمليات الصناعية وعادة ما تكون الحاسبات من النوع الحاسوب الصغير أو الحاسوب المتوسط .

تطور الحاسوب :

ارتكزت عملية تطوير الحواسيب على العناصر الأساسية التالية :

١. زيادة سرعة الحاسوب . ٢. التقليل من حجم الحاسوب.

٣. التقليل من تكلفة الحاسوب. ٤. زيادة دقة النتائج .

٥. زيادة القدرة التخزينية ٦. تسهيل عملية الاستخدام والتشغيل.

١. الجيل الأول (First Generation):

– بدأت حواسيب هذا الجيل في الظهور من الأربعينيات إلى منتصف الخمسينيات من القرن العشرين.

– الاعتماد على تكنولوجيا الصمامات المفرغة Vacuum tubes في بناء الدوائر المنطقية و دوائر الكترونية شبيهة بتلك المستخدمة في أجهزة الراديو في ذلك الوقت .

– استخدمت خطوط التأخير الزئبقية في بناء الذاكرة ,وفي نهاية هذا الجيل تم استخدام الحلقات المغناطيسية في بناء ذاكرة هذا الجيل .

– البطء النسبي , وسرعة المتدنية نظراً لتدني سرعة الصمامات .

– كان حجم جهاز الكمبيوتر كبيراً , بالإضافة إلى حاجة الجهاز إلى أجهزة التبريد نظراً لارتفاع درجة حرارة الصمامات .

– سعة الذاكرة متواضعة للغاية بالنسبة لحجم الأجهزة و بالنسبة للأجيال اللاحقة .

– الاعتماد على لغة الآلة Machine Language في برمجتها , مما أدى إلى صعوبة التعامل مع الحاسوب و تشغيله.

- استخدمت البطاقات الورقية المثقبة لتخزين البيانات والتي طورت فيما بعد إلى الأشرطة المغناطيسية و الطبول المغناطيسية drums .

- كان أول حاسبات هذا الجيل هو الحاسب المسمى ENIAC تبعه EDVAC ثم EDSAC و أخيراً الحاسب المسمى UNIVAC.

٢. الجيل الثاني (Generation Second):

- بدأت حواسيب هذا الجيل في الظهور من منتصف الخمسينيات إلى بداية الستينيات من القرن العشرين.

- الاعتماد على تكنولوجيا الترانزستور Transistor و دوائره التي تتميز بصغر الحجم و كفاءة التشغيل مما أدى إلى تصغير حجم الحاسب بدرجة ملحوظة و زيادة سرعة الحاسوب نظراً لما يمتاز به الترانزستور عن الصمام .

- استخدام الحلقات المغناطيسية في تركيب الذاكرة وقد ظهرت الأقراص المغناطيسية الصلبة Hard disk حيث استخدمت لتخزين البيانات من أجل الرجوع إليها لاحقاً .

- استحداث لغات برمجة جديدة ذات المستوى العالي(مثل لغة فورتران) التي يمكن باستخدامها تسهيل التعامل البشري مع الحاسب وبرمجته.

٣. الجيل الثالث (Generation Third):

- بدأت حواسيب هذا الجيل في الظهور من فترة الستينيات من القرن العشرين.

- الاعتماد على تكنولوجيا الدوائر المتكاملة صغيرة المجال Small Scale Integrated و تبعتها الدوائر المتكاملة المتوسطة Medium Scale Integrated مما أدى إلى تصغير الحجم بدرجة كبيرة مع زيادة هائلة في سعة الذاكرة و دقة الأداء .

- زيادة سرعة الأداء عن الأجيال السابقة بشكل كبير .

- بدأ ظهور الحاسبات الصغيرة Minicomputer, بالإضافة إلى تعدد المعالجات Multiprocessors.

- تطورت برامج نظم التشغيل Operating System مما أدى إلى زيادة فاعلية وكفاءة الأداء ومن أمثلتها نظام البرمجة التعددية Multiprogramming .

- ظهور لغات برمجة راقية جديدة مثل لغة Basic و Pascal .

- ظهرت وحدات إدخال و إخراج جديدة مثل أجهزة القراءة الضوئية والشاشات الملونة .

4. الجيل الرابع (Generation Fourth):

- بدأت حواسيب هذا الجيل في الظهور من فترة السبعينيات و الثمانينيات من القرن العشرين .

- استخدمت أشباه الموصلات في تطوير الدوائر المتكاملة الكبيرة Large Scale Integrated حيث استخدمت في تصنيع دوائر الحاسوب وذاكرته , وتطورت الدوائر المتكاملة الكبيرة إلى الدوائر المتكاملة الكبيرة جداً Very

والتي سميت بالمعالجات الميكروية (الدقيقة) Large Scale Integrated microprocessors.

- ازدادت سرعة أداء حاسبات هذا الجيل عن الأجيال السابقة .
- بدأ ظهور الحاسبات المصغرة الشخصية والمنزلية Personal and Home Microcomputer, Computers .
- تم تطوير برامج و نظم التشغيل و انتشرت أنظمة التشغيل اللحظية Real time systems.
- ظهور الأقراص المغناطيسية المرنة .

المكونات الاربعة الرئيسية لنظام الحاسوب

يتكون نظام الحاسوب من أربعة مكونات رئيسية هي:

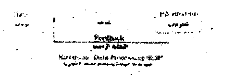
١. **المعدات (Hardware):** معدات الكمبيوتر هي عبارة عن قطع وأجهزة الكترونية, وهذه الأجهزة و القطع الكترونية يمكن رؤيتها بالعين و لمسها فهي تعتبر الجزء المادي من الكمبيوتر, ويتم التحكم بها وأدارتها عن طريق البرامج وأنظمة التشغيل تسمى تعريفات الأجهزة Drivers. ومن الأمثلة على المعدات: المعالج الدقيق Processor, اللوحة الرئيسية Mother board, الفأرة mouse و القرص الصلب Hard disk .

٢. **البرمجيات (Software):** وهي عبارة عن الكيان البرمجي الذي يتكون من مجموعة من التعليمات Instructions التي تتحكم في الكمبيوتر والمعدات وتعتبر البرمجيات بمثابة المتمم والمكمل للمعدات Hardware, فلا قيمة للمعدات Hardware بدون البرمجيات Software. وتضم البرمجيات الأجزاء الرئيسية التالية:

- أنظمة التشغيل (Operating System) : هي عبارة عن مجموعة من البرامج الجاهزة التي تقوم بعملية الإشراف والتحكم في وحدات الكمبيوتر الأساسية من أجل توجيه أعمالها و معالجة البيانات الداخلة بأفضل صورة ممكنة , ويكون بعض هذه البرامج مخزناً تخزيناً دائما في الذاكرة القراءة فقط (ROM) Memory Read Only) وبعضها يكون مخزناً على وسيط خارجي في الذاكرة المساعدة . ومن أنظمة التشغيل Unix و OS/2 و MS-DOS و Windows 9.x و Windows XP .

- لغات البرمجة (Programming Languages): وهي اللغات المختلفة التي يقوم المبرمجون من خلالها بكتابة البرامج لحل مسألة معينة , ومن هذه اللغات Pascal و C++ و C و Fortran و Java .
- الأنظمة التطبيقية (Application Systems) : وهي عبارة عن مجموعة من البرامج الجاهزة التي تسهل على مستخدم الحاسوب تأدية نمط معين من عمليات المعالجة التي تتم على البيانات ومن الأمثلة على هذه البرمجيات : برمجيات تحرير ومعالجة النصوص و برمجيات الجداول الحسابية و برمجيات الرسم و التصميم .
- البرامج (Programs) : وهي البرامج التي كتبها المبرمجون لحل مسألة معينة بلغة برمجة معينة , مثل برامج حفظ بيانات طلاب الجامعة و برامج حساب رواتب الموظفين .

٣. البيانات (Data) : هي مجموعة من الحقائق الأولية التي يراد معالجتها بواسطة الكمبيوتر للوصول إلى النتائج المطلوبة التي تسمى المعلومات information بحيث يستفيد منها مستخدم الحاسوب .



الشكل ١-٨ يوضح عملية معالجة البيانات
باستخدام المعالجة الالكترونية

ويتم تحويل البيانات داخل الكمبيوتر إلى أرقــام digits أو Number حيث يتمكن الكمبيوتر من التعامل معها وأجراء عمليــات المعالجــة عليهــا بالإضافة إلى أمكانية تخزينها و قراءتها عند الحاجة . ويتم أعادة تحويل هذه الأرقام بعد معالجتها إلى معلومات مفهومة من قبل الإنسان مثل تحويلها إلـــى نص Text أو صورة Image أو صوت sound ليتمكن الإنسان من التعامل معها.

٤. المستخدم (User): و هو أما المبـــرمج Programmer الـــذي يـــصمم البرامج باستخدام لغات البرمجة, أو المستخدم النهـــائيEnd user الـــذي يستخدم البرامج الجاهزة في إدارة أعمالـــه اليوميـــة , أو مـــدير شـــبكة Administrators الذي يقوم بـــإدارة شـــبكات الحاســـوب Computer Network . هناك بعض أنواع من الكمبيوتر تعمل بدون تدخل المستخدم.

مكونات الحاسوب

١. الشاشة (Monitor)
٢. اللوحة الام (Motherboard)
٣. وحدة المعالجة المركزية (CPU)
٤. الذاكرة الرئيسية (RAM)
٥. ربط العناصر الجانبية (PCI)

٦. مولد الطاقة (Power)

٧. قارئ القرص المضغوط (CD) أو قارئ القرص دي في دي (DVD)

٨. القرص الصلب (Hard Disk)

٩. فأرة (mouse)

١٠. لوحة المفاتيح (Keyboard)

يقصد بمكونات الحاسوب المكونات الصلبة أو العتاد فقط. من الممكن القول أن أي نظام حاسوبي يحتوي على الأجزاء التالية بأشكاله المختلفة:

- وحدة المعالجة المركزية – و يطلق عليه اختصارًا "المعالج"– وهو المسئول عن معالجة العمليات الحسابية وتنفيذها.
- اللوحة الأم Motherboard.
- ذاكرة الوصول العشوائي RAM.
- وحدات التخزين مثل : القرص الصلب HardDisk.
- وحدات إدخال وإخراج البيانات مثل لوحة المفاتيح الفأرة والشاشة.

و هناك مكونات أخرى تعتبر مكملة لعمل الحاسوب مثل:

- الطابعة.
- الماسح الضوئي.
- الأجهزة الصوتية والمرئية أو الوسائط المتعددة.

بالإضافة إلى المكونات الصلبة فإن الحاسوب يحتاج إلى:

- نظام تشغيل ليس من مكونات الحاسوب ويعتبر من المكملات.

- البرامج ليست من مكونات الحاسوب وتعتبر من المكملات، ويشبه البعض العلاقة بين البرامج والحاسوب بالعلاقة بين الروح والجسم.

بينما تغيرت التقنيات المستخدمة في الحواسيب بصورة مثيرة منذ ظهور أوائل الحواسيب الإليكترونية متعددة الأغراض من أربعينات القرن العشرين، ما زال معظمها يستخدم بنية البرنامج المخزن (يطلق عليها في بعض الأحيان بنية von Neumann). استطاع التصميم جعل الحاسوب العالمي حقيقة جزئيا.

و تصف هذه البنية الحاسوب في أربع أقسام رئيسية:

- وحدة الحساب والمنطق Algorathim and Logic Unit ALU
- وحدة التحكم (بالإنجليزية: Control Unit)
- الذاكرة
- أجهزة الإدخال والإخراج (بالإنجليزية: Input /output I/O).

وهذه الأجزاء تتصل ببعضها عن طريق حزم من الاسلاك (تسمى "النواقل" BUS عندما تكون نفس الحزمة تدعم أكثر من مسار بيانات) و تكون في العادة مقاسة بمؤقت أو ساعة (مع أن الأحداث الأخرى تستطيع أن تقود دائرة التحكم).

فكريا، من الممكن رؤية ذاكرة الحاسوب كأنها قائمة من الخلايا. كل خلية لها عنوان مرقم وتستطيع الخلية تخزين كمية قليلة وثابتة من المعلومات. هذه المعلومات من الممكن أن تكون إما تعليمة (أمر) والتي تخبر الحاسب بما يجب أن يفعله وإما أن تكون بيانات وهي المعلومات التي يقوم الحاسب

بمعالجتها باستخدام الأوامر التي تم وضعها على الذاكرة. عموماً، يمكن استخدام أي خلية لتخزين إما أوامر أو بيانات.

وحدة الحساب والمنطق هي تعتبر قلب الحاسوب. وهي قادرة على تنفيذ نوعين من العمليات الأساسية.

الأولى هي العمليات الحسابية، جمع أو طرح رقمين سويا. إن مجموعة العمليات الحسابية قد تكون محدودة جدا، في الواقع، بعض التصميمات لا تدعم عمليتي الضرب والقسمة بطريقة مباشرة (عوضا عن الدعم المباشر، يستطيع المستخدمون دعم عمليتي الضرب والقسمة وذلك من خلال برامج تقوم بمعالجات متعددة للجمع والطرح والأرقام الأخرى).

القسم الثاني من عمليات وحدة الحساب والمنطق هي عمليات المقارنة بإدخال رقمين، تقوم هذه الوحدة بالتحقق من تساوي أو عدم تساوي الرقمين وتحديد أي الرقمين هو الأكبر. وهي تسمى العملية المنطقية وهي مهمة في البرمجة.

ويقوم نظام التشغيل بجمع مكونات الحاسوب مع بعضها. حيث يقوم بقراءة الأوامر والبيانات من الذاكرة أو من أجهزة الإدخال والإخراج، ليتم تنفيذها من قبل المعالج. و كذلك فك شفرة الأوامر، بتغذية وحدة الحساب والمنطق بالمدخلات الصحيحة طبقا للأوامر، حيث يخبر وحدة الحساب والمنطق بالعملية الواجب تنفيذها على تلك المدخلات وتعيد إرسال النتائج إلى الذاكرة أو إلى أجهزة الإدخال والإخراج.

يعتبر العداد Counter من المكونات الرئيسية في نظام التحكم والذي يقوم بمتابعة عنوان الأمر الحالي، في العادة تزداد قيمة العنوان في كل مرة

يتم فيها تنفيذ الأمر إلا إذا أشار الأمر نفسه إلى أن الأمر التالي يجب أن يكون في عنوان آخر (ذلك يسمح للحاسوب بتنفيذ نفس الأوامر بطريقة متكررة).
بدءا من ثمانينات القرن العشرين، صار كل من وحدة الحساب والمنطق ووحدة التحكم (يسميان مجتمعان بوحدة المعالجة المركزية) (CPU) المعتاد وجودهما في دائرة متكاملة واحدة تسمى المعالج الصغري (المايكروبروسيسور).

إن آلية عمل أي حاسوب في الأساس تكون واضحة تمامًا. في المعتاد، في كل دورة معالجة Processing Circle يقوم الحاسوب بجلب الأوامر والبيانات من الذاكرة الخاصة به. يتم تنفيذ الأوامر، يتم تخزين النتائج، ثم يتم جلب الأمر التالي. هذا الإجراء يتكرر حتى تتم مقابلة أمر التوقف Halt.

إن الأوامر التي تقوم وحدة التحكم بتفسيرها وتقوم وحدة الحساب والمنطق بتنفيذها يكون عددها محدود، ومحددة بدقة وتكون عمليات بسيطة جدا. بصفة عامة، فإنها تندرج ضمن واحد أو أكثر من أربعة أقسام:

١. نقل بيانات من مكان لاخر (مثال على ذلك أمر "يخبر" وحدة المعالجة المركزية أن "تنسخ محتويات الخلية ٥ من الذاكرة ووضع النسخة في الخلية ١٠")
٢. تنفيذ العمليات الحسابية والمنطقية على بيانات (على سبيل المثال "قم بإضافة محتويات الخلية ٧ إلى محتويات الخلية ١٣ وضع الناتج في الخلية ٢٠")
٣. اختبار حالة البيانات (لو أن محتويات الخلية ٩٩٩ هي ٠ فإن الأمر التالي يكون موجود في الخلية ٣٠")

٤. تغيير تسلسل العمليات (يغير المثال السابق تسلسل العمليات ولكن الاوامر مثل "الامر التالي يوجد في الخلية ١٠٠" تكون أيضا قياسية).

إن الأوامر تكون ممثلة مثل البيانات في صورة شفرة ثنائية (نظام للعد قاعدته الرقم ٢). على سبيل المثال، الشفرة لنوع من أنواع عملية "نسخ" في المعالجات الدقيقة من نوع Intel x٨٦ هي ١٠١١٠٠٠٠. إن الأمر الجزئي يكون معدًا بحيث أن حاسوبًا معينًا يدعم ما يعرف بلغة الآلة. إن استخدام لغة الآلة سابقة التبسيط جعلها أكثر سهولة لتشغيل برامج موجودة على آلة جديدة: وهكذا في الأسواق حيثما تكون أتاحة البرامج التجارية أمرا ضروريا فإن المزودين يتفقون على واحد أو عدد صغير جدا من لغات الآلة البارزة.

إن الحواسيب الأكبر مثل (الخادوم) تختلف عن الأنواع السابقة في أمر هام هو أن بدلا من وجود وحدة معالجة مركزية واحدة فإنه في الغالب يوجد أكثر من وحدة. غالبا ما تمتلك هذه الحواسيب بنيات غير عادية بدرجة كبيرة وهذه البنيات مختلفة بشكل ملحوظ عن بنية البرنامج المخزن الأساسية وفي بعض الأحيان تحتوي على الآلاف من وحدة المعالجة المركزية، ولكن مثل هذه التصميمات تصبح ذات فائدة فقط لأغراض متخصصة.

أجهزة الإدخال والإخراج

I/O (اختصارا لـ Input/Output) هو مصطلح عام يطلق على الأجهزة التي ترسل المعلومات من العالم الخارجي وتلك التي تعيد نتائج الحسابات. هذه النتائج يمكن إما أن تظهر مباشرة للمستخدم أو أن يتم إرسالها إلى آلة أخرى والتي يكون تحكمها مخصص للحاسب.

الجيل الأول من الحواسيب كان مجهزا بمدى محدود جدا من أجهزة الإدخال. مثل قارئ الكروت المثقبة أو الاشياء المماثلة التي استخدمت لإدخال

الأوامر والبيانات في ذاكرة الحاسوب، و كذلك استخدم بعض أنواع الطابعات وهو في العادة عبارة عن teletype معدل لتسجيل النتائج. وعلى مر السنين، أجهزة أخرى تمت إضافتها. بالنسبة إلى الحاسبات الشخصية، فـان لوحـة المفاتيح والفأرة هما الطريقتين الرئيسيتين المستخدمتين لإدخـال المعلومـات مباشرة إلى الحاسب، والشاشة هي الطريقة الرئيسية لإظهـار المعلومـات للمستخدم وذلك بالرغم من أن الطابعات والسماعات منتشرة أيـضا. توجـد تشكيلة ضخمة من أجهزة الإدخال الأخـرى لإدخـال أنـواع أخـرى مـن المدخلات. مثال على ذلك هو الكاميرا الرقمية حيث تستخدم لإدخال معلومات مرئية.

من الممكن توصيل مجموعة ضخمة ومتنوعة من الأجهزة الإلكترونية إلى الحاسوب لتعمل كأجهزة إدخال وإخراج.بشرط توفر نظام لتعرفها علـى الحاسوب ويسمى المشغل (حاسوب) أو Driver

البرامج

إن برامج الحاسوب ببساطة هي عبارة عن قائمة من الأوامر ينفـذها الحاسوب، وتتراوح هذه الأوامر (التعليمات) بين بعض الأوامر القليلة التـي تؤدي مهمة بسيطة إلى قائمة أوامر أكثر تعقيدًا والتي من الممكن أن تحتـوي جداول من البيانات. العديد من برامج الحاسوب تحتوي الملايين من الأوامـر والعديد من هذه الأوامر يتم تنفيذها بصورة متكررة. إن الحاسوب الشخـصي الحديث النموذجي يمكنه تنفيذ حوالي ٣ مليار أمر في الثانية. إن الحواسيب لم تكتسب قدراتها غير العادية من خلال قدرتها على تنفيذ الأوامر المعقدة. ولكن بالأحرى فإنها تقوم بالملايين من الأوامر المرتبة عن طريق أشخاص يعرفون بالمبرمجين.

عادة، فإن المبرمجين لا يكتبون الأوامر إلى الحاسوب مباشرة بلغة الآلة.إن البرمجة بهذه اللغة عملية مملة وصعبة جدًا وتميل للخطأ بصورة كبيرة مما يجعل المبرمجين غير قادرين على الإنتاج بصورة كبيرة. و عوضا عن ذلك، يقوم المبرمجون بوصف العملية المرادة في لغة برمجة "عالية المستوى" مثل لغة باسكال أو لغة سي أو لغات خاصة بتطبيقات الإنترنت مثل جافا والتي يتم ترجمتها أوتوماتيكيا بعد ذلك إلى لغة الآلة عن طريق برامج حاسوب مخصصة (مفسرات ومترجم) يدعى بالانجليزية كومبايلر compiler. بعض لغات البرمجة ترسم خريطة قريبة جدًا من لغة الآلة مثل لغة التجميع Assembly (لغات برمجة منخفضة المستوى) و على الجانب الآخر فإن لغات البرمجة مثل البرولوج Prolog مبنية على قواعد مجردة ومفصولة عن تفصيلات العملية الحقيقية للآلة (لغات برمجة عالية المستوى). إن اللغة المختارة لمهمة جزئية تعتمد على طبيعة هذه المهمة والمهارة التي يمتلكها المبرمجون وتوافر الأدوات وعادة احتياجات المستهلكين (على سبيل المثال، فإن المشاريع الخاصة بالاستخدامات الحربية الأمريكية في الغالب يجب أن تكون مبرمجة بلغة Ada).

إن الكيان المعنوي للحاسوب software Computer (الأجزاء غير الملموسة بالحاسوب) هو مصطلح بديل لبرامج الحاسوب (computer programs): وهي عبارة أكثر شمولية وتتكون من كل المواد الهامة المصاحبة للبرنامج والتي يحتاجها لأداء المهام المهمة على سبيل المثال فإن لعبة الفيديو لا تحتوي فقط على البرنامج نفسه ولكن تحتوي أيضا على بيانات تمثل الصور والاصوات والمواد الأخرى المطلوبة لعمل البيئة التخيلية للعبة. تطبيق الحاسوب هو قطعة من برامج الحاسوب التي تقدم للعديد من

المستخدمين غالبا في سوق تجزئة. من الأمثلة الحديثة المطبقـــة تمامـــا هـــي الأدوات المكتبية office suite وهي عبارة عن برامج ذات صفات مشتركة لأداء مهام المكتب الشائعة.

بالذهاب من القدرات شديدة البساطة الخاصة بأمر لغة آلة واحد إلـــى القدرات الضخمة للبرامج التطبيقية يعني أن الكثير من برامج الحاسوب تكون كبيرةً جدًا ومعقدةً للغاية. من الأمثلة على ذلك نظام التشغيل ويندوز إكس بي والذي يتكون من حوالي ٤٠ مليون سطر من شفرة الحاسوب في لغة برمجة C++ يوجد العديد من المشاريع التي تكون أكبر هدفا، يقوم بإنشائه فرق كبيرة من المبرمجين. إن إدارة هذه المشاريع شديدة التعقيد هو مفتاح إمكانية تنفيـــذ هذه المشاريع: لغات البرمجة وتطبيقات البرمجة تسمح بتقسيم المهمة إلى مهام فرعية أصغر فأصغر حتى تصبح في قدرات مبرمج واحد وفي وقت مناسب. كما أن هناك بعض النظم الأكثر تطوراً والتي تستخدم في الحواسيب الضخمة والحواسيب الحساسة كمخدمات الويب وغيرها، وهي الأنظمة المـــشتقة مـــن نظام UNIX، مثل RedHat (ريد هات) وSolaris Sun، وقـــد تطـــورت لتصلح للاستخدام المكتبي، وذلك بتوفير واجهات رسومية يمكـــن أن تتفـــوق أحياناً على أنظمة Microsoft Windows، حيث توفر تأثيرات تتفوق على تلك الموجودة في Windows ٧ كما هو الحال في Ubuntu، كما تم استخدام أنظمة UNIX في بعض الأنظمة الخاصة بالموبايـــل، وتتميز هـــذه الأنظمـــة بالوثوقية، حيث يمكن أن تبقى قيد التشغيل حتى عشر ســـنوات متواصـــلة أو أكثر بدون أي توقف، كما أنها لا تأثر بما يسمى فيروسات[محل شك]،وتقـــدم أداء عالي حتى على الأجهزة الضعيفة إلى حد ما.

وهذه الأنظمة غير مستخدمة بشكل كبير في العالم العربي، وذلك لعدم توافق كل البرامج التي تعمل على أنظمة Microsoft Windows معها، لكن معظم البرامج المكتبية يوجد بديل عنها كبرامج عـرض الـصوت والفيـديو .والبرامج المكتبية وبرامج تصفح الإنترنت، وكلها برامج مجانية غالباً تكـون متوفرة مع النظام.

إن عملية تطوير البرامج لا زالت بطيئة ولا يمكن التنبؤ بها وتميـل للخطأ: إن نظم هندسة البرامج حاولت وقد نجحت جزئيا في جعل العملية أكثر سرعة وإنتاجية وتحسين جودة المنتج النهائي.

إبعد فترة وجيزة من تطوير الحاسوب، تم اكتشاف أن هنـاك مهـام معينة تكون مطلوبة في برامج مختلفة؛ إن مثالا قديما على ذلك كان حساب بعض الدوال الرياضية الأساسية. ومن أجل الفعالية، فقد تـم جمـع نـسخ نموذجية من تلك الدوال ووضعها في مكتبات تكون متاحة لمن يحتاجها. إن مجموعة المهام الشائعة بعض الشئ والتي تتعلق بمعالجـة كتـل البيانـات الخاصة "بالتحدث" إلى أجهزة الإدخال والإخراج المختلفة، ولذلك تم تطـوير مكتبات لها سريعا.

بانتهاء الستينات من القرن العشرين، ومع الاستخدام الصناعي الواسع للحاسوب في العديد من الأغراض، أصبح من الشائع استخدامه لإنجاز العديد من الوظائف في المؤسسات. بعد ذلك بفترة وجيزة أصبح متاحا وجود برامج خاصة لتوقيت وتنفيذ تلك المهام العديدة. إن مجموع كل من إدارة "الأجـزاء الصلبة" وتوقيت المهام أصبح معروفا باسم نظام التشغيل؛ من الأمثلة القديمـة على هذا النوع من أنظمة التشغيل القديمة كان OS/٣٦٠ الخاص بـ IBM.

إن التطوير الرئيسي التالي في أنظمة التشغيل كان timesharing – وفكرته تعتمد على أن عددا من المستخدمين بإمكانهم استخدام الآلة في وقت واحد وذلك عن طريق الاحتفاظ بكل برامجهم في الذاكرة وتنفيذ برنامج كل مستخدم لمدة قصيرة وبذلك يصبح وكأن كل مستخدم يملك كل منهم حاسوبًا خاصًا به. إن مثل هذا التطوير يتطلب من نظام التشغيل بأن يقدم لكل برامج المستخدمين "آلة تخيلية" وذلك لمنع برنامج المستخدم الواحد من التداخل مع البرامج الأخرى (بالصدفة أو التصميم). إن مدى الأجهزة التي يجب أن تتعامل معها نظم التشغيل قد تمدد؛ من الأمثلة الملاحظة كان القرص الصلب؛ إن فكرة الملفات الفردية والترتيب البنائي المنظم للادلة "directories" (حاليا يطلق عليها في الغالب مجلدات "folder") قد سهلت وبشكل كبير استخدام هذه الأجهزة للتخزين الدائم. من الأمثلة الحديثة المطبقة تماما في الأدوات المكتبية office suite وهي عبارة عن برامج ذات صفات مشتركة لأداء مهام المكتب الشائعة. إن متحكمات الوصول الآمن سمحت لمستخدمي الحاسوب بالوصول فقط إلى الملفات والأدلة والبرامج التي لديهم تصريح باستخدامها كانت أيضًا شائعة.

ربما تكون آخر إضافة لنظام التشغيل كانت عبارة عن أدوات تزود المستخدم بواجهة مستخدم رسومية معيارية. بينما كانت هناك بعض الأسباب التقنية لضرورة ربط واجهة المستخدم الرسومية (GUI) مع باقي أجزاء نظام التشغيل، فقد سمح ذلك لبائع نظام التشغيل بجعل كل البرامج الموجهة لنظام تشغيله تمتلك نفس الواجهة.

خارج هذه المهام الداخلية "core"، فإن نظام التشغيل غالبًا ما يكون مزودًا بمجموعة من الأدوات الأخرى، بعض منها ربما يملك اتصالًا ضئيلًا

بهذه المهام الداخلية الأصلية ولكن وجد أنها مفيدة لعدد كافي من المـــستهلكين مما جعل المنتجين بضيفونها، فعلى سبيل المثال ماك أو.إس عشرة يقدم مـــع تطبيق لتحرير الفيديو الرقمي.

نظم تشغيل الحواسيب الأصغر ربما لا تقدم كل هـــذه المهـــام. نظـــم التشغيل للمايكروكمبيوتر القديم ذي الذاكرة وقدرات المعالجة المحدودتين كانت لا تقدم كل المهام، والحواسيب المدمجة دائما إما تملك نظم تشغيل متخصصة أو لا تملك نظام تشغيل بالكلية، مع برامجه التطبيقية المتخصصة والتي تؤدي المهام التي من الممكن أن تعود بطريقة أخرى إلى نظام التشغيل.



تمارين متنوعة فى الإحصاء



تمارين على المفاهيم الأساسية :

١- ما المقصود بعلم الإحصاء؟ وهل علم الإحصاء هو نفسه البيانات الإحصائية؟

٢- ما المقصود بالإحصاء الوصفى والإحصاء الاستدلالى وأيهما أهم ولماذا؟

٣- ما المقصود بالمتغيرات والثوابت، وما هى أنواع المتغيرات وأيهما محور اهتمام علم الإحصاء؟

٤- ما هى الأسباب التى تدعو الباحث إلى استخدام العينة فى المجتمع؟

٥- ما هى أنواع العينات المختلفة وما هى مزايا كل منها؟

٦- كيف يتحدد مجتمع البحث؟

٧- مجتمع مكون من أربع طبقات بحيث تضم كل طبقة من هذه الطبقات مجموعة من الأسر، والمطلوب اختيار عينة حجمها ١٠٠ أسرة من المجتمع الكلى للأسر ١٦٠٠ أسرة بحيث تكون هذه العينة موزعة توزيعاً مناسباً.

العينة	عدد الأسر
١	٢٠٠
٢	٤٠٠
٣	٦٠٠
٤	٥٠٠
المجموع	١٧٠٠

تمارين على عرض البيانات :

١- الجدول الآتى يوضح تطور أعداد خريجى إحدى الجامعات المصرية خلال الفترة من ١٩٨٥ - ١٩٩٠

العام الدراسي / الجنس	٨٦/٨٥	٨٧/٨٦	٨٨/٨٧	٨٩/٨٨	٩٠/٨٩	١٩٩١/٩٠
ذكر	٥٢٢١	٦١٤٣	٧٢٣٤	٨٣١٢	٩٢٢٦	٩٨٩٨
أنثى	٢١١٣	٣٠٢٤	٣٧٣٢	٤٢٥٣	٤٨٣٦	٥٦١٢

مثل هذه البيانات باستخدام :

أ- الخط البياني. ب- الأعمدة البيانية المختلفة.

جـ- الرسوم الدائرية.

٢- الجدول الآتي يبين توزيع ميزانية إحدى الجمعيات الخيرية وفقاً للأنشطة المختلفة في السنة المالية ٨٦/ ١٩٨٧ :

أوجه الإنفاق	المبلغ المنفق بالألف
المساعدات الاقتصادية	٢٦٠
أنشطة الحضانة	٢٤٠
أنشطة المشغل	١٦٠
الأنشطة الترويحية	٨٠
المرتبات والمكافآت	١٢٠
الإجمالي	٨٦٠

المطلوب تمثيل هذه البيانات :

أ- بالأعمدة البيانية. ب- الرسوم الدائرية.

٣- الجدول الآتي يبين عدد السكان في مصر من خلال التعدادات التي أجريت في الفترة من ١٩٣٧ - ١٩٨٦.

السنة	١٩٣٧	١٩٤٧	١٩٦٠	١٩٦٦	١٩٧٦	١٩٨٦
عدد السكان بالألف	١٢٩٣٣	١٩٠٢٢	٢٦٠٨٥	٣٠٠٨٣	٣٦٦٢٦	٤٨٢٥٤

والمطلوب تمثيل هذه البيانات :

أ- بالخط البيانى.   ب- بالأعمدة البيانية.

٤- البيانات الآتية توضح أجور ٨٠ عاملاً من عمال إحدى الشركات بمحافظة الإسكندرية: ١٤٠ – ٩٥ – ١٦٠ – ١٠٠ – ١١٩ – ١٤٨ – ١٦١ – ٢١٧ – ٩٧ – ١٨٠ – ١٥١ – ١١٠ – ١٣٨ – ١١٥ – ١٩٤ – ١٧٩ – ٨٠ – ٢٠٥ – ١٣٠ – ١٢٦ – ١٦٨ – ١٥٥ – ١٩٧ – ١٧٣ – ١٤٦ – ٨٩ – ١٨٣ – ٢٠٠ – ١٨٠ – ٢٠٧ – ١٦٢ – ١٥٠ – ١٧٩ – ١٨١ – ١٧٠ – ١٥٨ – ١٧٢ – ٨٣ – ١٤٢ – ١٦٧ – ١٩٣ – ١٣٨ – ١٦٣ – ٢٠٠ – ١٨٧ – ١٩٦ – ١٥٢ – ١٧٨ – ١٧٥ – ١٠٢ – ٢١٠ – ١٧٧ – ١٠٥ – ١٧٩ – ١٢٢ – ٢٠٥ – ٩٠ – ١٩٨ – ١٥٣ – ١٨٤ – ٢١٥ – ٨٠ – ١٤١ – ١٧٢ – ١٣٢ – ١٩٠ – ١٣٥ – ١٣٠ – ١٥٩ – ١٩٨ – ١٥٤ – ٢١٧ – ١٠٨ – ١٧٠ – ١٢٦ – ١٣٦ – ١٧٨ – ١١٣ – ١٨٦ – ١٨٠.

والمطلوب :

أ- عمل جدول تكرارى لهذه البيانات.

ب- رسم المدرج والاضلع والمنحنى التكرارى لهذه البيانات.

جـ- ارسم المنحنى المتجمع الصاعد والهابط، ومن المنحنى الصاعد أوجد عدد العمال الذين يبلغ أجورهم ٢٠٠ جنيه أو أكثر، ومن المنحنى الهابط أوجد عدد العمال الذين تقل أجورهم عن ١٠٠.

٥- الآتى بيان بدرجات ٥٠ طالب وطالبة فى ماة الإحـصاء: ٥٠ – ٦٧ – ٤٥ – ٧٥ – ٥٥ – ٥٧ – ٦١ – ٦٢ – ٦٠ – ٦٨ – ١٨ – ٥٩ – ٥٦

– ٥٧ – ٦١ – ٧٠ – ٥١ – ٦٧ – ٧٠ – ٥١ – ٥٢ – ٥٨ – ٦٤ –
٦٥، ٥٢ – ٦٦ – ٤٦ – ٧٠ – ٥٥ – ٥٨ – ٦٢ – ٦١ – ٥٣ – ٦٩
– ٧٣ – ٥١ – ٥٥ – ٦٨ – ٦٣ – ٧٦ – ٤٢ – ٧٧ – ٤٦ – ٤٧ –
٧٧ – ٧٨ – ٦٦ – ٨٥ – ٨٧ – ٨٢.

والمطلوب :

أ- عمل جدول تكراري لهذه البيانات.

ب- رسم المدرج التكراري والمضلع والمنحنى التكراري.

جـ- عن طريق الرسم البياني حدد عدد الطلاب الذين تقل درجاتهم ٢١ درجة وعدد الطلاب الذين تبلغ درجاتهم ٧٤ درجة فأكثر.

٦- فيما يلي درجات ٣٠ طالباً في كل من الإحصاء، والاقتصاد، والمطلـوب وضع هذه البيانات في جدول تكراري مزدوج؟

الاحصاء	٧٢	٩٢	٨١	٧٤	٧٦	٦٨	٨٩	٥٠	٧٨	٩٦
الاقتصاد	٧٧	٨٧	٨٩	٧٥	٨٤	٧٢	٧٥	٥٨	٨٦	٩٢

الاحصاء	٨٥	٩٣	٧٠	٩١	٨٦	٧٥	٨٣	٨٢	٨٩	٦٦
الاقتصاد	٨٨	٨٥	٦٧	٩٤	٨٣	٨٠	٩٢	٨١	٧٢	٦٤

الاحصاء	٨٧	٦٦	٧٠	٩٧	٦٩	٦٥	٨٠	٧١	٩٦	٨٥
الاقتصاد	٧٣	٧٢	٨٦	٩٥	٧٨	٧٠	٦٨	٧٧	٩١	٩٣

٧- فيما يلي بيانات عن حجم ٢٠ أسرة ودخل كل منها الشهري، والمطلوب وضع هذه البيانات في جدول تكراري مزدوج؟

حجم الأسرة	دخلها الشهرى بالجنيه
٧	٢٣٠
٥	١٧٢
٤	١٩٠
٣	٢٠٠
٦	٣٢٠
٨	١٥٠
٧	١٨٠

حجم الأسرة	دخلها الشهرى بالجنيه
٥	٣٦٠
٦	٢٥٠
٣	٣٢٠
٤	١٦٢
٦	٢٠٠
٧	١٧٥
٨	١٩٠

حجم الأسرة	دخلها الشهرى بالجنيه
٨	٢٢٠
٥	١٦٠
٤	٣٦٠
٦	٢١٠
٥	١٦٠
٦	١٨٠

٨- قيست درجات الذكاء لـ ٣٠ طالب وطالبة ثم أجرى عليهم اختبار فى مادة الإحصاء وسجلت درجات الذكاء ودرجاتهم فى مادة الإحصاء على النحو التالى:

درجة الذكاء	درجة الاحصاء
١١٥	٩٢
٩٧	٥٥
١١٢	٨٨
١٠٠	٦٢
١٢٢	٩٤
١٠٥	٨٦
٩٢	٥٤
٩٦	٥٧

درجة الذكاء	درجة الاحصاء
١٠٤	٨٤
٩٥	٥٨
١٠٦	٨٧
١٠٢	٨٠
٩٢	٥٦
٩٦	٦٢
١٠١	٧٢
٩٤	٥٧

درجة الذكاء	درجة الاحصاء
١٠٢	٦٥
١١١	٧٦
٩٦	٥٢
١٠٧	٧٥
٩١	٥١
١٠٣	٧٢
١٠٦	٧٨
٩٢	٥٤

درجة الذكاء	درجة الاحصاء
١٠٨	٨٠
٩٧	٦٢
٩٢	٥٦
١١٢	٨٤
١٠٦	٨١
١٠١	٥٦

والمطلوب: وضع هذه البيانات فى جدول تكرارى مزدوج.

تمارين على مقاييس النزعة المركزية :

١- فيما يلى أعمار مجموعة من التلاميذ بإحدى المدارس الإعدادية عددها عشرون تلميذاً:

٩، ٩، ١٢، ١١، ٩، ١٣، ١٢، ١٢، ١١، ١٠، ١١، ٩، ١٠، ١١، ١١، ١٤، ١٣، ١٤، ١١، ١١.

أ- احسب المتوسط الحسابى لأعمار هؤلاء التلاميذ.

ب- أوجد المنوال لأعمار هؤلاء التلاميذ.

جـ- أوجد الوسيط لأعمار هؤلاء التلاميذ.

٢- فيما يلى عدد الطلاب الذين اشتركوا فى ست رحلات قامت بها لجنة الرحلات خلال العام الجامعى ١٩٩٥/٩٤:

٩٢، ٨٣، ٤٤، ٦٨، ٧٤، ٣٢.

أ- أوجد الوسط الحسابى لعدد الطلاب المشتركين فى هذه الرحلات.

ب- أوجد المنوال للمشتركين فى الرحلات.

جـ- أوجد الوسيط للمشتركين فى الرحلات.

د- إذا أضفنا ثلاث طلاب فى كل مرحلة من هذه الرحلات فى ٢ ما هو الوسط الحسابى الجبرية لهذه المشاركة.

٣- احسب الوسط الحسابي والوسيط والمنوال للتوزيع التكرارى الآتى:

فئات الدخل بالجنيه	١٠٠-	١٢٠-	١٤٠-	١٦٠-	١٨٠-	١٩٠-٢٠٠
عدد الأسر التكرار	٩	١٢	٢٢	٣٠	١٦	١١

٤- احسب الوسط والوسيط والمنوال للبيانات الآتية :

فئات الدرجات	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٨٠-٧٥
عدد الطلاب	٤	٦	٦	٩	١٣	٩	٨	٥

٥- احسب الوسط والوسيط والمنوال لدرجات الطلاب فــي مــادة الاجتمــاع (أعمال السنة).

فئات الدرجات	٦-	١٠-	١٢-	١٦-	١٨-	٢٨-٢٠
عدد الطلاب	٩	١٢	١٨	٢٤	٩	٨

٦- الجدول الآتى يبين توزيعاً تكرارياً بالأجور الأسبوعية بالجنيه لعمال أحد مصانع الإسكندرية.

الأجر الأسبوعى بالجنيه	٢٢-	٢٦-	٣٠-	٣٤-	٣٨-	٤٢-	٥٠-٤٦
عدد العمال	٤٠	٢٢٥	٢٧٠	١٩٠	٨٠	٦٥	٣٠

أوجد الوسيط والمنوال والربعين بيانياً وتحقق من ذلك بالطرق الحسابية.

٧- من البيانات التالية احسب الوسط الحسابى والوسيط والمنوال والــربعين بيانياً وحسابياً.

الفئات	٢٠-	٢٢-	٢٧-	٣٦-	٤٦-	٥٢-	٦٠-	٩٠-٧٠
التكرارات	١٦	٥٠	١٤٥	٢١٥	١٧٢	١٢٠	٥٨	٢٤

٨- اثبت نظرياً أن الوسط الحسابى يتأثر بالجمع بالطرق وبالضرب وبالقسمة.

٩- الجدول الآتى يبين متوسط أجر العمال فى إحدى الشركات حسب مهنة كل منهم.

المهن	عدد العمال	متوسط أجر العمال بالجنيهات
أعمال الغزل	١٨٨	٢٠٤,٦٢
أعمال النسيج	١٧٦	٢٣٦,٣٤
أعمال التجهيز	٣٦	٢٩٢,٣١

والمطلوب إيجاد متوسط الأجر للعمال الذين يعملون بهذه الشركة.

١٠- إذا كان الوسط الحسابى ٤٨,٢ والوسيط هو ٥١,٦ فأوجد المنوال التجريبى (استعن بالعلاقة بين هذه المقاييس الثلاثة)، ثم بين متى يكون الوسط، الوسيط، المنوال.

١١- إذا عقد امتحان لست مجموعات من الطلاب فى الصف الأول فى مادة الإحصاء وكان متوسط درجات الطلاب فى كل مجموعة من هذه المجموعات التى على المنوال ٧٤,٣ ، ٥٢,٥ ، ٦٦,٤ ، ٥٦,١ ، ٧٠,٢ ، ٦١,٦ ، فإذا علمت أن عدد طلاب هذه المجموعات الست كانت على التوالى ١٣٥ ، ١٢٤ ، ١٣٢ ، ١٦٢ ، ١٧٥ ، ١٤٥.

١٢- أذكر ثلاثة من خصائص الوسط الحسابى ؟

١٣- أذك مزايا وعيوب :

أ- الوسط الحسابى .

ب- الوسيط.

جـ- المنوال.

كمقياس للنزعة المركزية.

١٤- شركة تدفع أجراً قدره أربع جنيهات فى الساعة لعمالها غير المهرة وعددهم ٢٥ عاملاً، وتدفع ست جنيهات فى الساعة للعمال شبه المهرة وعددهم ١٥ عاملاً، وثمانى جنيهات فى الساعة للعمال المهرة وعددهم ١٠ عمال، ما هو الوسط الحسابى المرجح للأجور التى تدفعها الشركة.

١٥- إذا أعطيت المعلومات الآتية :

$ن_١ = ٢٠$ ، $\overline{س}_١ = ٢٥$

$ن_٢ = ٣٠$ ، $\overline{س}_٢ = ٢٠$

وتم إدماج المجموعتين فى مجموعة واحدة أوجد متوسط المجموعة الجديدة.

١٦- الجدول التكرارى الآتى من توزيع ١٥٠ طالب حسب درجاتهم فى امتحان مادة الإحصاء .

الدرجة	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	٨٠-٩٠	المجموع
التكرار	١٢	٢٩	٣٠	٣٥	٢٨	١٦	١٥٠

والمطلوب معرفة نسبة الطلاب الذين تقل درجاتهم عن الوسط الحسابى لدرجات هذه المجموعة من الطلاب.

١٧- تدفع شركة أجر $\frac{٥}{١٢}$ من قوة العمل بها بمعدل ٦ جنيه لليوم، وأجر $\frac{١}{٣}$ قوة العمل بمعدل ٧ جنيه لليوم، وأجر $\frac{١}{٤}$ قوة العمل بمعدل ٨ جنيه لليوم، ما هو المتوسط المرجح للأجور المدفوعة بالشركة.

١٨- إحسب الوسط الحسابى، والوسيط، والمنوال للمتغير س حيث أن:

فئات س	٥ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ – ٤٠
التكرار المعدل	١	٢,٥	١	٠,٥

١٩- إذا كان الوسط الحسابى لأطوال ٥٠ طالب وطالبة هو ١٤٠ فإذا كان الوسط الحسابى لأطوال الطالبات هو ١٣٠ وعددهم ٣٠ طالبة، فما هو الوسط الحسابى لأطوال الطلبة الذكور.

تمارين على مقاييس التشتت :

١- إحسب المدى لدرجات الطلاب الآتية :

٨١ ، ٢٩ ، ٧٢ ، ٦٣ ، ٤٦ ، ٨٥.

٢- أوجد مقاييس التشتت المختلفة للبيانات الآتية :

الفئة	٢ –	٤ –	٦ –	٨ –	١٠ –	١٢ – ١٤
التكرار	٢	١٨	٤٦	٧٤	٢٨	١٢

٣- إحسب المدى ونصف المدى الربيعى والانحراف المتوسط والانحراف المعيارى ومعامل الاختلاف من البيانات الآتية:

٩ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ٩ ، ٨ ، ٦ ، ٨ ، ٦ ، ٥ ، ٤ ، ٧

٤- أعطى امتحانان لمجموعة من الطلاب ويحسب متوسط درجات الطلاب فى الامتحانين تبين أنه $\bar{س}_١$ = ٦٤ درجة ، $\bar{س}_٢$ = ٦٧ درجة، وكان الانحراف المعيارى لدرجات الطلاب فى الامتحان الأول $ع_١$ = ٦ درجات، والانحراف المعيارى لدرجات الطلاب فى الامتحان الثانى $ع_٢$ = ٧ درجات، أى الامتحانين كان التشتت فيه أكبر.

٥- إذا أعطيت المعلومات الآتية :

ن$_{1}$ = ٢٠ ، س̄$_{1}$ = ٢٥ ، ع$_{1}$ = ٥

ن$_{2}$ = ٣٠ ، س̄$_{2}$ = ٢٠ ، ع$_{2}$ = ٤

وقد أدمجت المجموعتان معاً فى مجموعة واحدة أوجد منها تباين المجموعة الجديدة.

٦- احسب الانحراف المعيارى للبيانات الآتية :

الفئة	٦ –	١٠ –	١٤ –	١٨ –	٢٢ –	٢٦ – ٣٠
التكرار	٣	٧	٧	١٤	٤	٥

٧- الجدول التالى يبين توزيع مجموعة من الطلاب والطالبات حسب أطوالهم والمطلوب المقارنة بين تشتت أطوال كل من المجموعتين:

الفئات	١٤٠-	١٤٥-	١٥٠-	١٥٥-	١٦٠-	١٦٥-	١٧٠-	١٧٥-١٨٠
الطلاب	٤	٥	١٢	١٦	١٤	١١	٦	٢
الطالبات	٧	٧	١٤	١٢	١٠	٦	٣	١

٨- إذا أعطيت البيانات الآتية عن مجموعتين أ ، ب

	ن	س̄	ع
مجموعة أ	٤٨	١٤٤	٢٦
مجموعة ب	٦٢	١٣٦	٢٢

فإذا أدمجت المجموعتان معاً فى مجموعة واحدة، فأوجد متوسط وتباين المجموعتين معاً.

٩- عقد امتحان لمجموعتين أحدهما من الطلاب والأخرى من الطالبات فـــى مادة الخدمة الاجتماعية وسجلت درجات الطلاب والطالبات فـــى جـــدول تكرارى وكانت على النحو التالى:

الدرجة	٤٠-	٤٥-	٥٠-	٥٥-	٦٠-	٦٥-	٧٠-	٧٥-	٨٠-	٨٥-٩٠
طلاب	٦	٨	٦	١٣	١٧	٩	١٠	٦	٣	٢
طالبات	٢	٣	٤	١٤	١٢	١٥	١١	٤	٢	٣

١٠- الجدول الآتى يوضح التوزيع التكرارى لدخول عينة مكونة مـــن ١٠٠ أسرة مأخوذة من مدينة الإسكندرية، والمطلوب إيجاد الانحراف المعيارى لدخل الأسرة.

دخل الأسرة	التكرار
١٠٠ -	٥
١٢٠ -	٦
١٤٠ -	١٣
١٦٠ -	١٤
١٨٠ -	١١
٢٠٠ -	١٧
٢٢٠ -	١٣
٢٤٠ -	٧
٢٦٠ -	٨
٢٨٠ - ٣٠٠	٦
المجموع	١٠٠

١١- إحسب الوسط الحسابى والوسيط والإنحراف المعيارى للتوزيع التالى:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٥	صفر
أقل من ١٠	٧
أقل من ١٥	١٨
أقل من ٢٠	٣١
أقل من ٢٥	٤٨
أقل من ٣٠	٦٠
أقل من ٣٥	٦٩
أقل من ٤٠	٧٥

١٢- فيما يلى توزيع مجموعة من الطلاب حسب أوزانها :

الوزن بالكيلو جرام	-٦٠	-٦٦	-٦٨	-٧٢	-٧٨	-٨٤	٩٢-١٠٠	المجموع
التكرار	٣	٩	٢٢	٢٥	١٨	١٦	٧	١٠٠

والمطلوب حساب معامل الاختلاف.

١٣- إذا علم أن مجموع مربعات انحرافات ١٠ قيم عن زسطها الحسابى هو ٧٠ وأن مجموع مربعات القيم هو ١٠٠، إحسب الوسط الحسابى.

١٤- إذا علم أن تباين مجموع من الأفراد مكونة من عشرة قيم هو ٤ ووسطها الحسابى هو ٦، إحسب مجموع مربعات القيم.

١٥- إذا كان الوسط الحسابى لمتغير ما يساوى ٨ وكان معامل الاختلاف لا يساوى ٠,٢٥ أوجد تباين المتغير.

تمارين على الارتباط والانحدار :

١- إذا كان لدينا البيانات الآتية:

مجـ س = ١٥٠٠٠   مجـ س^{٢} = ٢٢٧٢٥٠٠٠

مجـ س ص = ١٠٥٢٢٥٠٠   مجـ ص = ٧٠٠٠٠

مجـ ص^{٢} = ٤٤٩٣٦٠٠٠   ن = ١٠٠٠

٢- الجدول التالي يوضح السن س، وضغط الدم ص لثمان من الإناث:

السن (س)	٤٢	٣٦	٦٣	٤٢	٥٥	٤٩	٦٨	٦٠
ضغط الدم (ص)	١٢٥	١١٨	١٤٠	١٤٠	١٥٠	١٤٥	١٥٢	١٥٥

والمطلوب إيجاد :

أ- معامل الارتباط بين س ، ص.

ب- خط انحدار س على ص ، ص على س.

جـ- أوجد مقدار ضغط الدم لإمرأة عمرها ٤٦ سنة.

٣- الجدول الآتي يبين مدة الخدمة لعشرة من العمال فـي ورشـة ميكانيكـا وأجرهم في الأسبوع، والمطلوب حساب معامل الارتباط بينهما.

مدة الخدمة س	٩	٥	١١	٤	١٢	٥	٩	٦	١٠	٨
الأجر في الأسبوع ص	٤٠	٢٠	٤٢	١٦	٤٥	١٨	٣٦	٢٥	٤٠	٣٢

٤- أوجد معامل الارتباط وخط الانحدار للقيم الآتية :

س	٢٩	٣١	٣٥	٢٣	٢٨	٣٠	٣٣	٣٦
ص	٢٧	٢٧	٢٨	١٨	٢٢	٢٩	٢٩	٢٩

٥- خطان للانحدار هما :

س + ٢ ص = ٥

٢ س + ٣ ص = ٢

والانحراف المعياري لقيم س هو ١٢

احسب متوسط (س) ومتوسط (ص) وتباين (ص) ومعامل الارتباط.

٦- الجدول الآتي يبين درجات الحرارة والمبيعات من المشروبات الغازية لأحد المحلات.

درجة الحرارة س	٢٤	٢٦	٢٨	٣٢	٣٦	٣٨	٤٠	٤٢
المبيعات بمئات الجنيهات ص	٥	٨	١٢	١٢	١٦	٢٦	٢٨	٣٠

٧- من البيانات الآتية أوجد معامل ارتباط س ، ص:

س	٩	٢٦	٧	٢١	١٤	١٨	١٢	١٥	١٩	٢٢
ص	١١	٥٣	٣	٤٣	١٨	٣٢	١٠	٢٦	٣٦	٤٦

ثم أوجد خط انحدار س على ص، وخط انحدار ص على س.

٨- خطان للعلاقة بين المتغيرين س ، ص هما:

٣ س + ٢ ص = ٢٦

٦ س + ص = ٣١

إحسب متوسط قيم كل من س ، ص ومعامل الارتباط.

وإذا كان معامل الاختلاف لقيم س هو ٣ إحسب تباين ص.

٩- إذا كانت معادلة انحدار ص على س المحسوبة من ٦ أزواج من القيم هى: ص َ = ٢١٠ + ٢ س

وكانت قيم س هى ١٨ ، ١٩ ، ١٨ ، ١٢ ، ١٤ ، ١٣

احسب كلاً من معامل الارتباط بين س ، ص ، ومعادلة انحدار س على ص ، علماً بأن الانحراف المعيارى لقيم ص = ١٥.

١٠- من البيانات الآتية احسب قيمة ص المناظرة لقيمة س = ١٢

	س	ص
المتوسطات	٧,٦	١٤,٨
الانحرافات المعيارية	٣,٦	٢,٥
معامل الارتباط	٠,٩٩	

١١- الجدول الآتى يبين عدد الأشخاص المتعلمين وغير المتعلمين موزعين حسب ممارستهم لعادة التدخين، والمطلوب حساب معامل الاقتران.

التدخين / التعلم	يدخن	لا يدخن	المجموع
متعلم	١٢	٢٢	٣٤
غير متعلم	١٠	١٦	٢٦
المجموع	٢٢	٣٨	٦٠

١٢- أوجد معامل ارتباط الرتب بين معدل المواليد ومعدل الوفيات من الأطفال للمناطق العشر الآتية:

المنطقة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
معـــدل المواليد	٩,٨	١٧,٦	١٩,٢	١٢,٣	١٩,٠	١٨,٨	١٣,٧	١٥,٥	٢٢,٩	١٤,٤
معـــدل الوفيات	٧٤	٤٦	١٠٢	٣٩	٦٢	٦٩	٣٠	٤٨	٩٧	٤١

١٣- حاسب الكترونى عند حسابه معامل الارتباط بين متغيرين س ، ص كل منهما له ٢٥ قيمة، وجد القيم الآتية:

ن = ٢٥ ،   مجـــ س = ١٢٥ ،   مجـــ س^٢ = ٦٥٠،

مجـــ ص = ١٠٠،   مجـــ ص^٢ = ٤٦٠،   مجـــ س ص = ٥٠٨

ولكن أمكن اكتشاف أن هناك خطأ فى تثقيب البيانات حيث أن البيانات التى تثقب هى:

س	٦	٨
ص	١٤	٦

وكان ينبغى أن تثقب على النحو التالى :

س	٨	٦
ص	١٢	٨

إحسب معامل الارتباط السليم بعد تصحيح الخطأ.

١٤- الجدول الآتى يبين عدد الأطفال الذين حصلوا على التطعيم ضــد أحــد الأمراض وعدد الأطفال غير المطعمـين مـوزعين حـسب إصــابتهم بالمرض، والمطلوب حساب معامل الاقتران.

الاصابة بالمرض \ التطعيم	تم تطعيمه	لم يطعم	المجموع
أصيب	٦	١٢	١٨
لم يصاب	٢٦	٤	٣٠
المجموع	٣٢	١٦	٤٨

١٥- الجدول الآتى يبين التقديرات التى حصل عليها ٤٨٠ طالباً فى إختبارين مختلفين، والمطلوب إيجاد معامل التوافق بين تقديرات الطلبة فى الاختبارين.

الاختبار الثانى \ الاختبار الأول	مقبول	جيد	ممتاز	المجموع
مقبول	١٠٠	٢٠	١٠	١٣٠
جيد	٤٠	١٧٠	٣٠	٢٤٠
ممتاز	٢٠	٣٠	٦٠	١١٠
المجموع	١٦٠	٢٢٠	١٠٠	٤٨٠

١٦- البيانات الآتية تمثل تقديرات ثمانية طلاب فى مادتى الإحصاء والاقتصاد:

الاحصاء	ممتاز	جيد جداً	مقبول	ضعيف	جيد	مقبول	ضعيف	جيد جداً
الاقتصاد	ممتاز	جيد	ضعيف	مقبول	جيد	مقبول	ضعيف	جيد جداً

١٧- البيانات الآتية تمثل تقديرات عشرة طلاب فى امتحان الاجتماع والخدمة الاجتماعية، والمطلوب حساب معامل الارتباط بين تقديرات المادتين.

الاجتماع	ج.ج	مقبول	مقبول	مقبول	ممتاز	ج.ج	مقبول	جيد	ضعيف	ضعيف
الخدمة الاجتماعية	مقبول	ضعيف	ج.ج	جيد	ج.ج	مقبول	مقبول	ممتاز	جيد	ج.ج

١٨- من البيانات الآتية أوجد معامل ارتباط س ، ص:

ص \ س	١٢-	١٦-	٢٠-	٢٤-	٢٨ - ٣٢	المجموع
٢٠ -	٧	٣	٢			١٢
٣٠ -	٤	١٢	١٥	٧	٣	٤١
٤٠ -	١	٩	٢٠	١٤	٣	٤٧
٥٠ - ٦٠		٢	٩	٤	٥	٢٠
المجموع	١٢	٢٦	٤٦	٢٥	١١	١٢٠

١٩- إذا علمت أن معادلة خط انحدار ص على س هى :

ص = ٠,٩٦ س + ١,١١

ومعادلة خط انحدار س على ص هى:

س = ٠,٨٧ ص + ١,٠٣٥

فأوجد معامل الارتباط بين س، ص.

٢٠- إذا علمت أن معامل الارتباط بين س ، ص هو ٠,٩

ومعادلة خط انحدار ص على س هى :

ص = ١,٨٧ ص + ٠,٦

فأكمل معادلة خط انحدار س على ص :

س = ... ص + ٠,٣

٢١- احسب معامل الارتباط وكذلك خط انحدار س على ص، وإحسب قيمة ص المناظرة لقيمة س = ٦,٢ من البيانات الآتية:

س	١	٣	٥	٧	٩	٢	٤	٦	٨
ص	٩	١٠	١١	١٤	١٥	٨	١٢	١٣	١٦

٢٢- إذا كان معامل انحدار س على ص هو ٠,٨ ، ومعامل انحدار ص على س هو ٥,٦ ، أوجد معامل الارتباط بين س ، ص.

٢٣- الجدول الآتي يمثل توزيع أطوال وأعمار عينة من مجتمع حجمها ١٢٠.

السن / الطول	٨-	١٢-	١٦-	٢٠-	٢٤-	٢٨-٣٢	المجموع
٨٠-	٤	٢					٦
١٠٠-	٥	١٢	٢	١			٢٠
١٢٠-	١	٦	١٦	٥	٢		٣٠
١٤٠-		٢	١٠	١٤	١٣	١	٤٠
١٦٠-			٤	٩	١	٢	١٦
١٨٠-٢٠٠				١	٤	٣	٨
المجموع	١٠	٢٢	٣٢	٣٠	٢٠	٦	١٢٠

والمطلوب :

أ- حساب معامل الارتباط.

ب- خط انحدار الطول على السن.

جـ- خط انحدار السن على الطول .

تمارين على الإحصاءات السكانية :

١- إذا كان عدد المواليد ٩٦٩٠٠٠، ٧٨٨٠٠٠ فى عـامى ١٩٥١ ، ١٩٥٢ على الترتيب، وعدد الوفيات ٤٠٢٠٠٠، ٣٨١٠٠٠ فى هذين العامين على الترتيب، فإحسب معدل المواليد ومعدل الوفيات للسنتين المذكورين علماً بأن تعداد السكان ١٩٤٧ كان ١٩ مليون وفى ١٩٦٠ كان ٢٦ مليون.

٢- قارن بين التعداد الفعلى والتعداد النظرى فى التعداد العام للسكان.

٣- إذا علم أن عدد سكان المجتمع المصرى طبقاً لتعداد ١٩٦٠ هو ٢٦٠٨٥ ألف نسمة ، ٣٠٠٧٦ ألف نسمة طبقاً لتعداد ١٩٦٦ ، والمطلـوب إيجـاد معدل التغير السكانى واستخدامه فى تقدير عدد سكان المجتمع المـصرى سنة ١٩٧٦ على فرض أن السكان يزايدون على أساس :

أ- متوالية عددية. ب- متوالية هندسية.

٤- ما هى الأغراض الاجتماعية والاقتصادية التى تنشدها من عمـل تعـداد السكان.

٥- لماذا يلزم تعديل نسبة الوفيات لأى مدينة عند مقارنتها بأخرى ثم اشـرح الطرق المتبعة فى تصحيح هذه النسبة.

٦- استخدم الإحصاءات التالية عن سكان إحدى الدول سنة ١٩٦٧ فى حساب بعض المعدلات الحيوية.

عدد المواليد أحياء = ٢٨٠٠٠

عدد المواليد أحياء من الإناث = ١٣٨٥٠

عدد الإناث فى سن ١٥ – ٥٠ سنة = ٨٥٠٠٠

عدد المتزوجات فى سن ١٥ – ٥٠ سنة = ٦٥٠٠٠

عدد الوفيات = ٣٠٩١

عدد وفيات الأطفال (أقل من سنة) = ٩٣٥

عدد السكان فى منتصف السنة = ٥٦٣٣٠٠

٧- اشرح المقصود بالمصطلحات الآتية :

أ- كثافة السكان. ب- درجة الازدحام.

جـ- الزيادة الطبيعية للسكان.

٨- إذا توافرت البيانات التالية موزعة على الفئات العمرية المختلفة :

الفئة العمرية	عدد المواليد الكلى	عدد المواليد ذكور	عدد الإناث	احتمال الحياة
١٥-	١٣٠٠٠	٦٥٠٠	٩٠٠٠٠	٠,٦٢
٢٠-	١٤٥٠٠	٧٠٠٠	٨٠٠٠٠	٠,٦١
٢٥-	٢٢٠٠٠	١٠٥٠٠	١١٥٠٠٠	٠,٥٧
٣٠-	١٧٥٠٠	٩٠٠٠	١٣٠٠٠٠	٠,٥٦
٣٥-	٨٤٣٠	٤٠٠٠	١٢٥٠٠٠	٠,٥٤
٤٠-	٢٤٥٠	١٢٠٠	١١٠٠٠٠	٠,٥٢
٤٥-٥٠	١٠٠	٦٠	١٠٠٠٠٠	٠,٥١

والمطلوب :

أ- ايجاد معدل الخصوبة الكلى.

ب- المعدل الاجمالى للتوالد باستخدم الفئات العمرية المعطاه.

جـ- المعدل الصافى للقياس أو التكاثر.

٩- إذا توافرت لدينا البيانات الآتية على حسب فئات العمر:

فئات العمل	عدد السكان فى الفئة فى البلد	عدد الوفيات فى الفئة فى البلد (أ)	عدد سكان البلد النموذجى (ب)
صفر-	٣٠,٠٠٠	٣٢٠٠	١٣٠,٠
١-	٨٠٠,٠٠٠	٢٠٠٠	٢٩٠,٥
٢٠-	٥٠٠,٠٠٠	٢٢٥٠	٢٧٠,٨
٤٠-	٢٦٠,٠٠٠	٣٠٠٠	٢٠٠,٢
٦٠ فأكثر	١٠,٠٠٠	٥٠٥٠	١٠٨,٥
المجموع	١٦٠٠,٠٠٠	١٥٥٠٠	١٠٠٠,٠

١٠- البيانات الآتية خاصة بسكان إحدى الدول سنة ١٩٦٩، والمطلوب حساب معدلات المواليد والوفيات ووفيات الرضع، والخصوبة العامة، والتوالد الإجمالى، وكذلك الزيادة الطبيعية للسكان عدد السكان ٢٤٠٦٢٠، عدد الإناث ١٥ - ٥٠ سنة = ٦٠٢١٥، عدد المواليد أحياء ذكور = ٦٢٢٥، عدد المواليد أحياء إناث = ٥٦٦٤، عدد الوفيات ١٨١٥، عدد الوفيات (أقل من سنة) = ٥٦٢.

١١- إذا علم أن عدد سكان إحدى الدول هو ١٢ مليون نسمة يعيشون على مساحة قدرها ٥٠٦ ألف كيلو متر مربع، وأن عدد سكان فى دولة أخرى هو ٨٤١٦ ألف نسمة يعيشون على مساحة قدرها ٣٢٤ ألف كيلو متر مربع، والمطلوب المقارنة بين درجة كثافة السكان فى الدولتين.

١٢- إذا توافرت لدينا البيانات التالية على حسب فئات العمر:

فئات العمر	عدد السكان فى البلد (أ)	عدد الوفيات فى البلد (أ)	عدد السكان فى البلد النموذجى (ب)	معدل الوفيات النموذجى
أقل من سنة	٥٢٠٠٠	٣٩٢٠	١٣٢	٠,٠٠٧٢
-١	٨٣٥٠٠٠	٢١٤٠	٣٠٢,٦	٠,٠٠٤٣
-٢٠	٦٤٥٠٠٠	٢٤٦٠	٢٧٤,٢	٠,٠٠٣٦
-٤٠	٣٢٨٠٠٠	٣٢٤٠	١٧٨,٤	٠,٠٠٦٢
٦٠ فأكثر	١٠٠٠٠	٦١٠٠	١١٢,٨	٠,٠١٠٢
المجموع	١٨٧٠٠٠٠	١٧٨٦٠	١٠٠٠,٠	

والمطلوب :

أ- إيجاد معدل الوفيات الخام فى البلد (أ)،

ب- تصحيح معدل الوفيات فى البلد (أ).

ملحق

- جدول (١) ١ : ١٠٠٠ ومربعاتها وجذورها التربيعية.
- جدول (٢) اللوغاريتمات للأساس ١٠.
- جدول (٣) الأعداد المقابلة للوغاريتمات.



جدول رقم (١) الأرقام من ١ حتى ١٠٠٠ ومربعاتها وجذورها التربيعية

ن	ن٢	√ن
١	٢	١,٠٠٠
٢	٤	١,٤١٤
٣	٩	١,٧٣٢
٤	١٦	٢,٠٠٠
٥	٢٥	٢,٢٣٦
٦	٣٦	٢,٤٤٩
٧	٤٩	٢,٦٤٦
٨	٦٤	٢,٨٢٨
٩	٨١	٣,٠٠٠
١٠	١٠٠	٣,١٦٢
١١	١٢١	٣,٣١٧
١٢	١٤٤	٣,٤٦٤
١٣	١٦٩	٣,٦٠٦
١٤	١٩٦	٣,٧٤٢
١٥	٢٢٥	٣,٨٧٣
١٦	٢٥٦	٤,٠٠٠
١٧	٢٨٩	٤,١٢٣
١٨	٣٢٤	٤,٢٤٣
١٩	٣٦١	٤,٣٥٩
٢٠	٤٠٠	٤,٤٧٢
٢١	٤٤١	٤,٥٨٣
٢٢	٤٨٤	٤,٦٩٠
٢٣	٥٢٩	٤,٧٩٦
٢٤	٥٧٦	٤,٨٩٩
٢٥	٦٢٥	٥,٠٠٠
٢٦	٦٧٦	٥,٠٩٩
٢٧	٧٢٩	٥,١٩٦
٢٨	٧٨٤	٥,٢٩٢
٢٩	٨٤١	٥,٣٨٥
٣٠	٩٠٠	٥,٤٧٧

ن	ن٢	√ن
٣١	٩٦١	٥,٥٦٨
٣٢	١٠٢٤	٥,٦٥٧
٣٣	١٠٨٩	٥,٧٤٥
٣٤	١١٥٦	٥,٨٣١
٣٥	١٢٢٥	٥,٩١٦
٣٦	١٢٩٦	٦,٠٠٠
٣٧	١٣٦٩	٦,٠٨٣
٣٨	١٤٤٤	٦,١٦٤
٣٩	١٥٢١	٦,٢٤٥
٤٠	١٦٠٠	٦,٣٢٥
٤١	١٦٨١	٦,٤٠٣
٤٢	١٧٦٤	٦,٤٨١
٤٣	١٨٤٩	٦,٥٥٧
٤٤	١٩٣٦	٦,٦٣٣
٤٥	٢٠٢٥	٦,٧٠٨
٤٦	٢١١٦	٦,٧٨٢
٤٧	٢٢٠٩	٦,٨٥٦
٤٨	٢٣٠٤	٦,٩٢٨
٤٩	٢٤٠١	٧,٠٠٠
٥٠	٢٥٠٠	٧,٠٧١
٥١	٢٦٠١	٧,١٤١
٥٢	٢٧٠٤	٧,٢١١
٥٣	٢٨٠٩	٧,٢٨٠
٥٤	٢٩١٦	٧,٣٤٩
٥٥	٣٠٢٥	٧,٤١٦
٥٦	٣١٣٦	٧,٤٨٣
٥٧	٣٢٤٩	٧٥٥٠
٥٨	٣٣٦٤	٧,٦١٦
٥٩	٣٤٨١	٧,٦٨١
٦٠	٣٦٠٠	٧,٧٤٦

تابع جدول رقم (١)

ن	ن^{2}	$\sqrt{ن}$
٦١	٣٧٢١	٧,٨١٠
٦٢	٣٨٤٤	٧,٧٨٤
٦٣	٣٩٦٩	٧,٩٣٧
٦٤	٤٠٩٦	٨,٠٠٠
٦٥	٤٢٢٥	٨,٠٦٢
٦٦	٤٣٥٦	٨,١٢٤
٦٧	٤٤٨٩	٨,١٨٥
٦٨	٤٦٢٤	٨,٢٤٦
٦٩	٤٧٦١	٩,٣٠٧
٧٠	٤٩٠٠	٨,٣٦٧
٧١	٥٠٤١	٨,٤٣٦
٧٢	٥١٨٤	٨,٤٨٥
٧٣	٥٣٢٩	٨,٥٤٤
٧٤	٥٤٧٦	٨,٦٠٢
٧٥	٥٦٢٥	٨,٦٦٠
٧٦	٥٧٧٦	٨,٧١٨
٧٧	٥٩٢٩	٨,٧٧٥
٧٨	٦٠٨٤	٨,٨٣٢
٧٩	٦٢٤١	٨,٨٣٢
٨٠	٦٤٠٠	٨,٩٤٤
٨١	٦٥٦١	٩,٠٠٠
٨٢	٦٧٢٤	٩,٠٥٥
٨٣	٦٨٨٩	٩,١١٠
٨٤	٧٠٥٦	٩,١٦٥
٨٥	٧٢٢٥	٩,٢٢٠
٨٦	٧٣٩٦	٩,٢٧٤
٨٧	٧٥٦٩	٩,٣٢٧
٨٨	٧٧٤٤	٩,٣٨١
٨٩	٧٩٢١	٩,٤٣٤
٩٠	٨١٠٠	٩,٤٨٧

ن	ن^{2}	$\sqrt{ن}$
٩١	٨٢٨١	٩,٥٣٩
٩٢	٨٤٦٤	٩,٥٩٢
٩٣	٨٦٤٩	٩,٦٤٤
٩٤	٨٨٣٦	٩,٦٩٥
٩٥	٩٠٢٥	٩,٧٤٧
٩٦	٩٢١٦	٩,٧٩٨
٩٧	٩٤٠٩	٩,٨٤٩
٩٨	٩٦٠٤	٩٨٩٩
٩٩	٩٨٠١	٩٩٥٠
١٠٠	١٠٠٠٠	١٠,٠٠٠
١٠١	١٠٢٠١	١٠,٠٥٠
١٠٢	١٠٤٠٤	١٠,١٠٠
١٠٣	١٠٦٠٩	١٠,١٤٩
١٠٤	١٠٨١٦	١٠,١٩٨
١٠٥	١١٠٢٥	١٠,٢٤٧
١٠٦	١١٢٣٦	١٠,٢٩٦
١٠٧	١١٤٤٩	١٠,٣٤٤
١٠٨	١١٦٦٤	١٠,٣٦٢
١٠٩	١١٨٨١	١٠,٤٤٠
١١٠	١٢١٠٠	١٠,٤٨٨
١١١	١٢٣٢١	١٠,٥٣٦
١١٢	١٢٥٤٤	١٠,٥٨٣
١١٣	١٢٧٦٩	١٠,٦٣٠
١١٤	١٢٩٩٦	١٠,٦٧٧
١١٥	١٣٢٢٥	١٠,٧٢٤
١١٦	١٣٤٥٦	١٠,٧٧٠
١١٧	١٣٦٨٩	١٠,٨١٧
١١٨	١٣٩٢٤	١٠,٨٦٣
١١٩	١٤١٦١	١١,٩٠٩
١٢٠	١٤٤٠٠	١٠,٩٥٤

تابع جدول رقم (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$
١٢١	١٤٦٤١	١١,٠٠٠
١٢٢	١٤٨٨٤	١١,٠٤٥
١٢٣	١٥١٢٩	١١,٠٩١
١٢٤	١٥٣٧٦	١١,١٣٦
١٢٥	١٥٦٢٥	١١,١٨٠
١٢٦	١٥٨٧٦	١١,٢٢٥
١٢٧	١٦١٢٩	١١,٢٦٩
١٢٨	١٦٣٨٤	١١,٣١٤
١٢٩	١٦٦٤١	١١,٣٥٨
١٣٠	١٦٩٠٠	١١,٤٠٢
١٣١	١٧١٦١	١١,٤٤٦
١٣٢	١٧٤٢٤	١١,٤٨٩
١٣٣	١٧٦٨٩	١١,٥٣٣
١٣٤	١٧٩٥٦	١١,٥٧٦
١٣٥	١٨٢٢٥	١١,٦١٩
١٣٦	١٨٤٩٦	١١,٦٦٢
١٣٧	١٨٧٦٩	١١,٧٠٥
١٣٨	١٩٠٤٤	١١,٧٤٧
١٣٩	١٩٣٢١	١١,٧٩٠
١٤٠	١٩٦٠٠	١١,٨٣٢
١٤١	١٩٨٨١	١١,٨٧٤
١٤٢	٢٠١٦٤	١١,٩١٦
١٤٣	٢٠٤٤٩	١١,٩٥٨
١٤٤	٢٠٧٣٦	١٢,٠٠٠
١٤٥	٢١,٠٢٥	١٢,٠٤٢
١٤٦	٢١٣١٦	١٢,٠٨٣
١٤٧	٢١٦٠٩	١٢,١٢٤
١٤٨	٢١٩٠٤	١٢,١٦٦
١٤٩	٢٢٢٠١	١٢,٢٠٧
١٥٠	٢٢٥٠٠	١٢,٢٤٧
١٥١	٢٢٨٠١	١٢,٢٨٨
١٥٢	٢٣١٠٤	١٢,٣٢٩
١٥٣	٢٣٤٠٩	١٢,٣٦٩
١٥٤	٢٣٧١٦	١٢,٤١٠
١٥٥	٢٤٠٢٥	١٢,٤٥٠
١٥٦	٢٤٣٣٦	١٢,٤٩٠
١٥٧	٢٤٦٤٩	١٢,٥٣٠
١٥٨	٢٤٩٦٤	١٢,٥٧٠
١٥٩	٢٥٢٨١	١٢,٦١٠
١٦٠	٢٥٦٠٠	١٢,٦٤٩
١٦١	٢٥٩٢١	١٢,٦٨٩
١٦٢	٢٦٢٤٤	١٢,٧٢٨
١٦٣	٢٦٥٦٩	١٢,٧٦٧
١٦٤	٢٦٨٩٦	١٢,٨٠٦
١٦٥	٢٧٢٢٥	١٢,٨٤٥
١٦٦	٢٧٥٥٦	١٢,٨٨٤
١٦٧	٢٧٨٨٩	١٢,٩٢٣
١٦٨	٢٨٢٢٤	١٢,٩٦٢
١٦٩	٢٨٥٦١	١٣,٠٠٠
١٧٠	٢٨٩٠٠	١٣,٣٨
١٧١	٢٩٢٤١	١٣,٠٧٧
١٧٢	٢٩٥٨٤	١٣,١١٥
١٧٣	٢٩٩٢٩	١٣,١٥٣
١٧٤	٣٠٢٧٦	١٣١٩١
١٧٥	٣٠٦٢٥	١٣,٢٢٤
١٧٦	٣٠٩٧٦	١٣,٢٦٧
١٧٧	٣١٣٢٩	١٣,٣٠٤
١٧٨	٣١٦٨٤	١٣,٣٤٢
١٧٩	٣٢٠٤١	١٣,٣٧٩
١٨٠	٣٢٤٠٠	١٣,٤١٦

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
١٨١	٣٢٧٦١	١٣,٤٥٤
١٨٢	٣٣١٢٤	١٣,٤٩١
١٨٣	٣٣٤٨٩	١٣,٥٢٨
١٨٤	٣٣٨٥٦	١٣,٥٦٥
١٨٥	٣٤٢٢٥	١٣,٦٠٢
١٨٦	٣٤٥٩٦	١٣,٦٣٨
١٨٧	٣٤٩٦٩	١٣,٦٧٥
١٨٨	٣٥٣٤٤	١٣,٧١١
١٨٩	٣٥٧٢١	١٣,٧٤٨
١٩٠	٣٦١٠٠	١٣,٧٨٤
١٩١	٣٦٤٨١	١٣,٨٢٠
١٩٢	٣٦٨٦٤	١٣,٨٥٦
١٩٣	٣٧٢٤٩	١٣,٨٩٢
١٩٤	٣٧٦٣٦	١٣,٩٢٨
١٩٥	٣٨٠٢٥	١٣,٩٦٤
١٩٦	٣٨٤١٦	١٤,٠٠٠
١٩٧	٣٨٨٠٩	١٤,٠٣٦
١٩٨	٣٩٢٠٤	١٤,٠٧١
١٩٩	٣٩٦٠١	١٤,١٠٧
٢٠٠	٤٠٠٠٠	١٤,١٤٢
٢٠١	٤٠٤٠١	١٤,١٧٧
٢٠٢	٤٠٨٠٤	١٤,٢١٣
٢٠٣	٤١٢٠٩	١٤,٢٤٨
٢٠٤	٤١٦١٦	١٤,٢٨٣
٢٠٥	٤٢٠٢٥	١٤,٣١٨
٢٠٦	٤٢٤٣٦	١٤,٣٥٣
٢٠٧	٤٢٨٤٩	١٤,٣٨٨
٢٠٨	٤٣٢٦٤	١٤,٤٢٢
٢٠٩	٤٣٦٨١	١٤,٤٥٧
٢١٠	٤٤١٠٠	١٤,٤٩١
٢١١	٤٤٥٢١	١٤,٥٢٦
٢١٢	٤٤٩٤٤	١٤,٥٦٠
٢١٣	٤٥٣٦٩	١٤,٥٩٥
٢١٤	٤٥٧٩٦	١٤,٦٢٩
٢١٥	٤٦٢٢٥	١٤,٦٦٣
٢١٦	٤٦٦٥٦	١٤,٦٩٧
٢١٧	٤٧٠٨٩	١٤,٧٣١
٢١٨	٤٧٥٢٤	١٤,٧٦٥
٢١٩	٤٧٩٦١	١٤,٧٩٩
٢٢٠	٤٨٤٠٠	١٤,٨٣٢
٢٢١	٤٨٨٤١	١٤,٨٦٦
٢٢٢	٤٩٢٨٤	١٤,٩٠٠
٢٢٣	٤٩٧٢٩	١٤,٩٣٣
٢٢٤	٥٠١٧٦	١٤,٩٦٧
٢٢٥	٥٠٦٢٥	١٥,٠٠٠
٢٢٦	٥١٠٧٦	١٥,٠٣٣
٢٢٧	٥١٥٢٩	١٥,٠٦٧
٢٢٨	٥١٩٨٤	١٥,١٠٠
٢٢٩	٥٢٤٤١	١٥,١٣٣
٢٣٠	٥٢٩٠٠	١٥,١٦٦
٢٣١	٥٣٣٦١	١٥,١٩٩
٢٣٢	٥٣٨٢٤	١٥,٢٣٢
٢٣٣	٥٤٢٨٩	١٥,٢٦٤
٢٣٤	٥٤٧٥٦	١٥,٢٩٧
٢٣٥	٥٥٢٢٥	١٥,٣٣٠
٢٣٦	٥٥٦٩٦	١٥,٣٦٢
٢٣٧	٥٦١٦٩	١٥,٣٩٥
٢٣٨	٥٦٦٤٤	١٥,٤٢٧
٢٣٩	٥٧١٢١	١٥,٤٦٠
٢٤٠	٥٧٦٠٠	١٥,٤٩٢

تابع جدول رقم (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$
٢٤١	٢٨٠٨١	١٥,٥٢٤
٢٤٢	٥٨٥٦٤	١٥,٥٥٦
٢٤٣	٢٩٠٤٩	١٥,٥٨٩
٢٤٤	٥٩٦٣٦	١٥,٦٢١
٢٤٥	٦٠٠٠٠	١٥,٦٨٤
٢٤٦	٦٠٥١٦	١٥,٦٨٤
٢٤٧	٦١٠٠٩	١٥,٧١٦
٢٤٨	٦١٥٠٤	١٥,٧٤٨
٢٤٩	٦٢٠٠١	١٥,٧٨٠
٢٥٠	٦٢٥٠٠	١٥,٨١١
٢٥١	٦٣٠٠١	١٥,٨٤٣
٢٥٢	٦٣٥٠٤	١٥,٨٧٥
٢٥٣	٦٤٠٠٩	١٥,٩٠٦
٢٥٤	٦٤٥١٦	١٥,٩٣٧
٢٥٥	٦٥٠٢٥	١٥,٩٦٩
٢٥٦	٦٥٥٣٦	١٦,٠٠٠
٢٥٧	٦٦٠٤٩	١٦,٠٣١
٢٥٨	٦٦٥٦٤	١٦,٠٦٢
٢٥٩	٦٧٠٨١	١٦,٠٩٤
٢٦٠	٦٧٦٠٠	١٦,١٢٥
٢٦١	٦٨١٢١	١٦,١٥٦
٢٦٢	٦٨٦٤٤	١٦,١٨٦
٢٦٣	٦٩١٦٩	١٦,٢١٧
٢٦٤	٦٩٦٩٦	١٦,٢٤٨
٢٦٥	٧٠٢٢٥	١٦,٢٧٩
٢٦٦	٧٠٧٥٦	١٦,٣١٠
٢٦٧	٧١٢٨٩	١٦,٣٤٠
٢٦٨	٧١٨٢٤	١٦,٣٧١
٢٦٩	٧٢٣٦١	١٦,٤٠١
٢٧٠	٧٢٩٠٠	١٦,٤٣٢
٢٧١	٧٣٤٤١	١٦,٤٦٢
٢٧٢	٧٣٩٨٤	١٦,٤٩٢
٢٧٣	٧٤٥٢٩	١٦,٥٢٣
٢٧٤	٧٥٠٧٦	١٦,٥٥٣
٢٧٥	٧٥٦٢٥	١٦,٥٨٣
٢٧٦	٧٦١٧٦	١٦,٦١٣
٢٧٧	٧٦٧٢٩	١٦,٦٤٣
٢٧٨	٧٧٢٨٤	١٦,٦٧٣
٢٧٩	٧٧٨٤١	١٦,٧٠٣
٢٨٠	٧٨٤٠٠	١٦,٧٣٣
٢٨١	٧٨٩٦١	١٦,٧٦٣
٢٨٢	٧٩٥٢٤	١٦,٧٩٣
٢٨٣	٨٠٠٨٩	١٦,٨٢٣
٢٨٤	٨٠٦٥٦	١٦,٨٥٢
٢٨٥	٨١٢٢٥	١٦,٨٨٢
٢٨٦	٧١٨٩٦	١٦,٩١٢
٢٨٧	٨٢٣٦٩	١٩,٩٤١
٢٨٨	٨٢٩٤٤	١٦,٩٧١
٢٨٩	٨٣٥٢١	١٧,٠٠٠
٢٩٠	٨٤١٠٠	١٧,٠٢٩
٢٩١	٨٤٦٨١	١٧,٠٥٩
٢٩٢	٨٥٢٦٤	١٧,٠٨٨
٢٩٣	٨٥٨٤٩	١٧,١١٧
٢٩٤	٨٦٤٣٦	١٧,١٤٦
٢٩٥	٨٧٠٢٥	١٧,١٧٦
٢٩٦	٨٧٦١٦	١٧,٢٠٥
٢٩٧	٨٨٢٠٩	١٧,٢٣٤
٢٩٨	٨٨٨٠٤	١٧,٢٦٣
٢٩٩	٨٩٤٠١	١٧,٢٩٢
٣٠٠	٩٠٠٠٠	١٧,٣٢١

تابع جدول رقم (١)

ن	ن²	√ن
٣٠١	٩٠٦٠١	١٧,٣٤٩
٣٠٢	٩١٢٠٤	١٧,٣٧٨
٣٠٣	٩١٨٠٩	١٧,٤٠٧
٣٠٤	٩٢٤١٦	١٧,٤٣٦
٣٠٥	٩٣٠٢٥	١٧,٤٦٤
٣٠٦	٩٣٦٣٦	١٧,٤٩٣
٣٠٧	٩٤٢٤٩	١٧,٥٢١
٣٠٨	٩٤٨٦٤	١٧,٥٥٠
٣٠٩	٩٥٤٨١	١٧,٥٧٨
٣١٠	٩٦١٠٠	١٧,٦٠٧
٣١١	٩٦٧٢١	١٧,٦٣٥
٣١٢	٩٧٣٤٤	١٧,٦٦٤
٣١٣	٩٧٩٦٩	١٧,٦٩٢
٣١٤	٩٨٥٩٦	١٧,٧٢٠
٣١٥	٩٩٢٢٥	١٧,٧٤٨
٣١٦	٩٩٨٥٦	١٧,٧٧٦
٣١٧	١٠٠٤٨٩	١٧,٨٠٥
٣١٨	١٠١١٢٤	١٧,٨٣٣
٣١٩	١٠١٧٦١	١٧,٨٦١
٣٢٠	١٠٢٤٠٠	١٧,٨٨٩
٣٢١	١٠٣٠٤١	١٧,٩١٧
٣٢٢	١٠٣٦٨٤	١٧,٩٤٤
٣٢٣	١٠٤٣٢٩	١٧,٩٧٢
٣٢٤	١٠٤٩٧٦	١٨,٠٠٠
٣٢٥	١٠٥٦٢٥	١٨,٠٢٨
٣٢٦	١٠٦٢٧٦	١٨,٠٥٦
٣٢٧	١٠٦٩٢٩	١٨,٠٨٣
٣٢٨	١٠٧٨٤	١٨,١١١
٣٢٩	١٠٨٢٤١	١٨,١٣٨
٣٣٠	١٠٨٩٠٠	١٨,١٦٦

ن	ن²	√ن
٣٣١	١٠٩٥٦١	١٨,١٩٣
٣٣٢	١١٠٢٢٤	١٨,٢٢١
٣٣٣	١١٠٨٨٩	١٨,٢٤٨
٣٣٤	١١١٥٥٦	١٨,٢٧٦
٣٣٥	١١٢٢٢٥	١٨,٣٠٣
٣٣٦	١١٢٨٩٦	١٨,٣٣٠
٣٣٧	١١٣٥٦٩	١٨,٣٥٨
٣٣٨	١١٤٢٤٤	١٨,٣٨٥
٣٣٩	١١٤٩٢١	١٨,٤١٢
٣٤٠	١١٥٦٠٠	١٨,٤٣٩
٣٤١	١١٦٢٨١	١٨,٤٦٦
٣٤٢	١١٦٩٦٤	١٨,٤٩٣
٣٤٣	١١٧٦٤٩	١٨,٥٢٠
٣٤٤	١١٨٣٣٦	١٨,٥٤٧
٣٤٥	١١٩٠٢٥	١٨,٥٧٤
٣٤٦	١١٩٧١٦	١٨,٦٠١
٣٤٧	١٢٠٤٠٩	١٨,٦٢٨
٣٤٨	١٢١١٠٤	١٨,٦٥٥
٣٤٩	١٢١٨٠١	١٨,٦٨٢
٣٥٠	١٢٢٥٠٠	١٨,٧٠٨
٣٥١	١٢٣٢٠١	١٨,٧٣٥
٣٥٢	١٢٣٩٠٤	١٨,٧٦٢
٣٥٣	١٢٤٦٠٩	١٨,٧٨٨
٣٥٤	١٢٥٣١٦	١٨,٨١٥
٣٥٥	١٢٦٠٢٥	١٨,٨٤١
٣٥٦	١٢٦٧٣٦	١٨,٨٦٨
٣٥٧	١٢٧٤٤٩	١٨,٨٩٤
٣٥٨	١٢٨١٦٤	١٨,٩٢١
٣٥٩	١٢٨٨٨١	١٨,٩٤٧
٣٦٠	١٢٩٦٠٠	١٨,٩٧٤

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٣٦١	١٣٠٣٢١	١٩,٠٠٠
٣٦٢	١٣١٠٤٤	١٩,٠٢٦
٣٦٣	١٣١٧٦٩	١٩,٠٥٣
٣٦٤	١٣٢٤٩٦	١٩,٠٧٩
٣٦٥	١٣٣٢٢٥	١٩,١٠٥
٣٦٦	١٣٣٩٥٦	١٩,١٣١
٣٦٧	١٣٤٦٨٩	١٩,١٥٧
٣٦٨	١٣٥٤٢٤	١٩,١٨٣
٣٦٩	١٣٦١٦١	١٩,٢٠٩
٣٧٠	١٣٦٩٠٠	١٩,٢٣٥
٣٧١	١٣٧٦٤١	١٩,٢٦١
٣٧٢	١٣٨٣٨٤	١٩,٢٨٧
٣٧٣	١٣٩١٢٩	١٩,٣١٣
٣٧٤	١٣٩٨٧٦	١٩,٣٣٩
٣٧٥	١٤٠٦٢٥	١٩,٣٦٥
٣٧٦	١٤١٣٧٦	١٩,٣٩١
٣٧٧	١٤٢١٢٩	١٩,٤١٧
٣٧٨	١٤٢٨٨٤	١٩,٤٤٢
٣٧٩	١٤٣٦٤١	١٩,٤٦٨
٣٨٠	١٤٤٤٠٠	١٩,٤٩٤
٣٨١	١٤٥١٦١	١٩,٥١٩
٣٨٢	١٤٥٩٢٤	١٩,٥٤٥
٣٨٣	١٤٦٦٨٩	١٩,٥٧٠
٣٨٤	١٤٧٤٥٦	١٩,٥٩٦
٣٨٥	١٤٨٢٢٥	١٩,٦٢١
٣٨٦	١٤٨٩٩٦	١٩,٦٤٧
٣٨٧	١٤٩٧٦٩	١٩,٦٧٢
٣٨٨	١٥٠٥٤٤	١٩,٦٩٨
٣٨٩	١٥١٣٢١	١٩,٧٢٣
٣٩٠	١٥٢١٠٠	١٩,٧٤٨
٣٩١	١٥٢٨٨١	١٩,٧٧٤
٣٩٢	١٥٣٦٦٤	١٩,٧٩٩
٣٩٣	١٥٤٤٤٩	١٩,٨٢٤
٣٩٤	١٥٥٢٣٦	١٩,٨٤٩
٣٩٥	١٥٦٠٢٥	١٩,٨٧٥
٣٩٦	١٥٦٨١٦	١٩,٩٠٠
٣٩٧	١٥٧٦٠٩	١٩,٩٢٥
٣٩٨	١٥٨٤٠٤	١٩,٩٥٠
٣٩٩	١٥٩٢٠١	١٩,٩٧٥
٤٠٠	١٦٠٠٠٠	٢٠,٠٠٠
٤٠١	١٦٠٨٠١	٢٠,٠٢٥
٤٠٢	١٦١٦٠٤	٢٠,٠٥٠
٤٠٣	١٦٢٤٠٩	٢٠,٠٧٥
٤٠٤	١٦٣٢١٦	٢٠,١٠٠
٤٠٥	١٦٤٠٢٥	٢٠,١٢٥
٤٠٦	١٦٤٨٣٦	٢٠,١٤٩
٤٠٧	١٦٥٦٤٩	٢٠,١٧٤
٤٠٨	١٦٦٤٦٤	٢٠,١٩٩
٤٠٩	١٦٧٢٨١	٢٠,٢٢٤
٤١٠	١٦٨١٠٠	٢٠,٢٤٩
٤١١	١٦٨٩٢١	٢٠,٢٧٣
٤١٢	١٦٩٧٤٤	٢٠,٢٩٨
٤١٣	١٧٠٥٦٩	٢٠,٣٢٢
٤١٤	١٧١٣٩٦	٢٠,٣٤٧
٤١٥	١٧٢٢٢٥	٢٠,٣٧٢
٤١٦	١٧٣٠٥٦	٢٠,٣٩٦
٤١٧	١٧٣٨٨٩	٢٠,٤٢١
٤١٨	١٧٤٧٢٤	٢٠,٤٤٥
٤١٩	١٧٥٥٦١	٢٠,٤٧٠
٤٢٠	١٧٦٤٠٠	٢٠,٤٩٤

تابع جدول رقم (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$
٤٢١	١٧٧٢٤١	٢٠,٥١٨
٤٢٢	١٧٨٠٨٤	٢٠,٥٤٣
٤٢٣	١٧٨٩٢٩	٢٠,٥٦٧
٤٢٤	١٧٩٧٧٦	٢٠,٥٩١
٤٢٥	١٨٠٦٢٥	٢٠,٦١٦
٤٢٦	١٨١٤٧٦	٢٠,٦٤٠
٤٢٧	١٨٢٣٢٩	٢٠,٦٦٤
٤٢٨	١٨٣١٨٤	٢٠,٦٨٨
٤٢٩	١٨٤٠٤١	٢٠,٧١٢
٤٣٠	١٨٤٩٠٠	٢٠,٧٣٦
٤٣١	١٨٥٧٦١	٢٠,٧٦١
٤٣٢	١٨٦٦٢٤	٢٠,٧٨٥
٤٣٣	١٨٧٤٨٩	٢٠,٨٠٩
٤٣٤	١٨٨٣٥٦	٢٠,٨٣٣
٤٣٥	١٨٩٢٢٥	٢٠,٨٥٧
٤٣٦	١٩٠٠٩٦	٢٠,٨٨١
٤٣٧	١٩٠٩٦٩	٢٠,٩٠٥
٤٣٨	١٩١٨٤٤	٢٠,٩٢٨
٤٣٩	١٩٢٧٢١	٢٠,٩٥٢
٤٤٠	١٩٣٦٠٠	٢٠,٩٧٦
٤٤١	١٩٤٤٨١	٢١,٠٠٠
٤٤٢	١٩٥٣٦٤	٢١,٠٢٤
٤٤٣	١٩٦٢٤٩	٢١,٠٤٨
٤٤٤	١٩٧١٣٦	٢١,٠٧١
٤٤٥	١٩٨٠٢٥	٢١,٠٩٥
٤٤٦	١٩٨٩١٦	٢١,١١٩
٤٤٧	١٩٩٨٠٩	٢١,١٤٢
٤٤٨	٢٠٠٧٠٤	٢١,١٦٦
٤٤٩	٢٠١٦٠١	٢١,١٩٠
٤٥٠	٢٠٢٥٠٠	٢١,٢١٣
٤٥١	٢٠٣٤٠١	٢١,٢٣٧
٤٥٢	٢٠٤٣٠٤	٢١,٢٦٠
٤٥٣	٢٠٥٢٠٩	٢١,٢٨٤
٤٥٤	٢٠٦١١٦	٢١,٣٠٧
٤٥٥	٢٠٧٠٢٥	٢١,٣٣١
٤٥٦	٢٠٧٩٣٦	٢١,٣٥٤
٤٥٧	٢٠٨٨٤٩	٢١,٣٧٨
٤٥٨	٢٠٩٧٦٤	٢١,٤٠١
٤٥٩	٢١٠٦٨١	٢١,٤٢٤
٤٦٠	٢١١٦٠٠	٢١,٤٤٨
٤٦١	٢١٢٥٢١	٢١,٤٧١
٤٦٢	٢١٣٤٤٤	٢١,٤٩٤
٤٦٣	٢١٤٣٦٩	٢١,٥١٧
٤٦٤	٢١٥٢٩٦	٢١,٥٤١
٤٦٥	٢١٦٢٢٥	٢١,٥٦٤
٤٦٦	٢١٧١٥٦	٢١,٥٨٧
٤٦٧	٢١٨٠٨٩	٢١,٦١٠
٤٦٨	٢١٩٠٢٤	٢١,٦٣٣
٤٦٩	٢١٩٩٦١	٢١,٦٥٦
٤٧٠	٢٢٠٩٠٠	٢١,٦٨٠
٤٧١	٢٢١٨٤١	٢١,٧٠٣
٤٧٢	٢٢٢٧٨٤	٢١,٧٢٦
٤٧٣	٢٢٣٧٢٩	٢١,٧٤٩
٤٧٤	٢٢٤٦٧٦	٢١,٧٧٢
٤٧٥	٢٢٥٦٢٥	٢١,٧٩٥
٤٧٦	٢٢٦٥٧٦	٢١,٨١٧
٤٧٧	٢٢٧٥٢٩	٢١,٨٤٠
٤٧٨	٢٢٨٤٨٤	٢١,٨٦٣
٤٧٩	٢٢٩٤٤١	٢١,٨٨٦
٤٨٠	٢٣٠٤٠٠	٢١,٣٥٢

تابع جدول رقم (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$
٤٨١	٢٣١٣٦١	٢١,٩٣٢
٤٨٢	٢٣٢٣٢٤	٢١,٩٥٥
٤٨٣	٢٣٣٢٨٩	٢١,٩٧٧
٤٨٤	٢٣٤٢٥٦	٢٢,٠٠٠
٤٨٥	٢٣٥٢٢٥	٢٢,٠٢٣
٤٨٦	٢٣٦١٩٦	٢٢,٠٤٥
٤٨٧	٢٣٧١٦٩	٢٢,٠٦٨
٤٨٨	٢٣٨١٤٤	٢٢,٠٩١
٤٨٩	٢٣٩١٢١	٢٢,١١٣
٤٩٠	٢٤٠١٠٠	٢٢,١٣٦
٤٩١	٢٤١٠٨١	٢٢,١٥٩
٤٩٢	٢٤٢٠٦٤	٢٢,١٨١
٤٩٣	٢٤٣٠٤٩	٢٢,٢٠٤
٤٩٤	٢٤٤٠٣٦	٢٢,٢٢٦
٤٩٥	٢٤٥٠٢٥	٢٢,٢٤٩
٤٩٦	٢٤٦٠١٦	٢٢,٢٧١
٤٩٧	٢٤٧٠٠٩	٢٢,٢٩٤
٤٩٨	٢٤٨٠٠٤	٢٢,٣١٦
٤٩٩	٢٤٩٠٠١	٢٢,٣٣٨
٥٠٠	٢٥٠٠٠٠	٢٢,٣٦١
٥٠١	٢٥١٠٠١	٢٢,٣٨٣
٥٠٢	٢٥٢٠٠٤	٢٢,٤٠٥
٥٠٣	٢٥٣٠٠٩	٢٢,٤٢٨
٥٠٤	٢٥٤٠١٦	٢٢,٤٥٠
٥٠٥	٢٥٥٠٢٥	٢٢,٤٧٢
٥٠٦	٢٥٦٠٣٦	٢٢,٤٩٤
٥٠٧	٢٥٧٠٤٩	٢٢,٥١٧
٥٠٨	٢٥٨٠٦٤	٢٢,٥٣٩
٥٠٩	٢٥٩٠٨١	٢٢,٥٦١
٥١٠	٢٦٠١٠٠	٢٢,٥٨٣
٥١١	٢٦١١٢١	٢٢,٦٠٥
٥١٢	٢٦٢١٤٤	٢٢,٦٢٧
٥١٣	٢٦٣١٦٩	٢٢,٦٥٠
٥١٤	٢٦٤١٩٦	٢٢,٦٧٢
٥١٥	٢٦٥٢٢٥	٢٢,٦٩٤
٥١٦	٢٦٦٢٥٦	٢٢,٧١٦
٥١٧	٢٦٧٢٨٩	٢٢,٧٣٨
٥١٨	٢٦٨٣٢٤	٢٢,٧٦٠
٥١٩	٢٦٩٣٦١	٢٢,٧٨٢
٥٢٠	٢٧٠٤٠٠	٢٢,٨٠٤
٥٢١	٢٧١٤٤١	٢٢,٨٢٥
٥٢٢	٢٧٢٤٨٤	٢٢,٨٤٧
٥٢٣	٢٧٣٥٢٩	٢٢,٨٦٩
٥٢٤	٢٧٤٥٧٦	٢٢,٨٩١
٥٢٥	٢٧٥٦٢٥	٢٢,٩١٣
٥٢٦	٢٧٦٦٧٦	٢٢,٩٣٥
٥٢٧	٢٧٧٧٢٩	٢٢,٩٥٧
٥٢٨	٢٧٨٧٨٤	٢٢,٩٧٨
٥٢٩	٢٧٩٨٤١	٢٣,٠٠٠
٥٣٠	٢٨٠٩٠٠	٢٣,٠٢٢
٥٣١	٢٨١٩٦١	٢٣,٠٤٣
٥٣٢	٢٨٣٠٢٤	٢٣,٠٦٥
٥٣٣	٢٨٤٠٨٩	٢٣,٠٨٧
٥٣٤	٢٨٥١٥٦	٢٣,١٠٨
٥٣٥	٢٨٦٢٢٥	٢٣,١٣٠
٥٣٦	٢٨٧٢٩٦	٢٣,١٥٢
٥٣٧	٢٨٨٣٦٩	٢٣,١٧٣
٥٣٨	٢٨٩٤٤٤	٢٣,١٩٥
٥٣٩	٢٩٠٥٢١	٢٣,٢١٦
٥٤٠	٢٩١٦٠٠	٢٣,٢٣٨

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٥٤١	٢٩٢٦٨١	٢٣,٢٥٩
٥٤٢	٢٩٣٧٦٤	٢٣,٢٨١
٥٤٣	٢٩٤٨٤٩	٢٣,٣٠٢
٥٤٤	٢٩٥٩٣٦	٢٣,٣٢٤
٥٤٥	٢٩٧٠٢٥	٢٣,٣٤٥
٥٤٦	٢٩٨١١٦	٢٣,٣٦٧
٥٤٧	٢٩٩٢٠٩	٢٣,٣٨٨
٥٤٨	٣٠٠٣٠٤	٢٣,٤٠٩
٥٤٩	٣٠١٤٠١	٢٣,٤٣١
٥٥٠	٣٠٢٥٠٠	٢٣,٤٥٢
٥٥١	٣٠٣٦٠١	٢٣,٤٧٣
٥٥٢	٣٠٤٧٠٤	٢٣,٤٩٥
٥٥٣	٣٠٥٨٠٩	٢٣,٥١٦
٥٥٤	٣٠٦٩١٦	٢٣,٥٣٧
٥٥٥	٣٠٨٠٢٥	٢٣,٥٥٨
٥٥٦	٣٠٩١٣٦	٢٣,٥٨٠
٥٥٧	٣١٠٢٤٩	٢٣,٦٠١
٥٥٨	٣١١٣٦٤	٢٣,٦٢٢
٥٥٩	٣١٢٤٨١	٢٣,٦٤٣
٥٦٠	٣١٣٦٠٠	٢٣,٦٦٤
٥٦١	٣١٤٧٢١	٢٣,٦٨٥
٥٦٢	٣١٥٨٤٤	٢٣,٧٠٧
٥٦٣	٣١٦٩٦٩	٢٣,٧٢٨
٥٦٤	٣١٨٠٩٦	٢٣,٧٤٩
٥٦٥	٣١٩٢٢٥	٢٣,٧٧٠
٥٦٦	٣٢٠٣٥٦	٢٣,٧٩١
٥٦٧	٣٢١٤٨٩	٢٣,٨١٢
٥٦٨	٣٢٢٦٢٤	٢٣,٨٣٣
٥٦٩	٣٢٣٧٦١	٢٣,٨٥٤
٥٧٠	٣٢٤٩٠٠	٢٣,٨٧٥

ن	ن٢	√ن
٥٧١	٣٢٦٠٤١	٢٣,٨٩٦
٥٧٢	٣٢٧١٨٤	٢٣,٩١٧
٥٧٣	٣٢٨٣٢٩	٢٣,٩٣٧
٥٧٤	٣٢٩٤٧٦	٢٣,٩٥٨
٥٧٥	٣٣٠٦٢٥	٢٣,٩٧٩
٥٧٦	٣٣١٧٧٦	٢٤,٠٠٠
٥٧٧	٣٣٢٩٢٩	٢٤,٠٢١
٥٧٨	٣٣٤٠٨٤	٢٤,٠٤٢
٥٧٩	٣٣٥٢٤١	٢٤,٠٦٢
٥٨٠	٣٣٦٤٠٠	٢٤,٠٨٣
٥٨١	٣٣٧٥٦١	٢٤,١٠٤
٥٨٢	٣٣٨٧٢٤	٢٤,١٢٥
٥٨٣	٣٣٩٨٨٩	٢٤,١٤٥
٥٨٤	٣٤١٠٥٦	٢٤,١٦٦
٥٨٥	٣٤٢٢٢٥	٢٤,١٨٧
٥٨٦	٣٤٣٣٩٦	٢٤,٢٠٧
٥٨٧	٣٤٤٥٦٩	٢٤,٢٢٨
٥٨٨	٣٤٥٧٤٤	٢٤,٢٤٩
٥٨٩	٣٤٦٩٢١	٢٤,٢٦٩
٥٩٠	٣٤٨١٠٠	٢٤,٢٩٠
٥٩١	٣٤٩٢٨١	٢٤,٣١١
٥٩٢	٣٥٠٤٦٤	٢٤,٣٣١
٥٩٣	٣٥١٦٤٩	٢٤,٣٥٢
٥٩٤	٣٥٢٨٣٦	٢٤,٣٧٢
٥٩٥	٣٥٤٠٢٥	٢٤,٣٩٣
٥٩٦	٣٥٥٢١٦	٢٤,٤١٣
٥٩٧	٣٥٦٤٠٩	٢٤,٤٣٤
٥٩٨	٣٥٧٦٠٤	٢٤,٤٥٤
٥٩٩	٣٥٨٨٠١	٢٤,٤٧٤
٦٠٠	٣٦٠٠٠٠	٢٤,٤٩٥

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٦٠١	٣٦١٢٠١	٢٤,٥١٥
٦٠٢	٣٦٢٤٠٤	٢٤,٥٣٦
٦٠٣	٣٦٣٦٠٩	٢٤,٥٥٦
٦٠٤	٣٦٤٨١٦	٢٤,٥٧٦
٦٠٥	٣٦٦٠٢٥	٢٤,٥٩٧
٦٠٦	٣٦٧٢٣٦	٢٤,٦١٧
٦٠٧	٣٦٨٤٤٩	٢٤,٦٣٧
٦٠٨	٣٦٩٦٦٤	٢٤,٦٥٨
٦٠٩	٣٧٠٨٨١	٢٤,٦٧٨
٦١٠	٣٧٢١٠٠	٢٤,٦٩٨
٦١١	٣٧٣٣٢١	٢٤,٧١٨
٦١٢	٣٧٤٥٤٤	٢٤,٧٣٩
٦١٣	٣٧٥٧٦٩	٢٤,٧٥٩
٦١٤	٣٧٦٩٩٦	٢٤,٧٧٩
٦١٥	٣٧٨٢٢٥	٢٤,٧٩٩
٦١٦	٣٧٩٤٥٦	٢٤,٨١٩
٦١٧	٣٨٠٦٨٩	٢٤,٨٤٠
٦١٨	٣٨١٩٢٤	٢٤,٨٦٠
٦١٩	٣٨٣١٦١	٢٤,٨٨٠
٦٢٠	٣٨٤٤٠٠	٢٤,٩٠٠
٦٢١	٣٨٥٦٤١	٢٤,٩٢٠
٦٢٢	٣٨٦٨٨٤	٢٤,٩٤٠
٦٢٣	٣٨٨١٢٩	٢٤,٩٦٠
٦٢٤	٣٨٩٣٧٦	٢٤,٩٨٠
٦٢٥	٣٩٠٦٢٥	٢٥,٠٠٠
٦٢٦	٣٩١٨٧٦	٢٥,٠٢٠
٦٢٧	٣٩٣١٢٩	٢٥,٠٤٠
٦٢٨	٣٩٤٣٨٤	٢٥,٠٦٠
٦٢٩	٣٩٥٦٤١	٢٥,٠٨٠
٦٣٠	٣٩٦٩٠٠	٢٥,١٠٠

ن	ن٢	√ن
٦٣١	٣٩٨١٦٣	٢٥,١٢٠
٦٣٢	٣٩٩٤٢٤	٢٥,١٤٠
٦٣٣	٤٠٠٦٨٩	٢٥,١٦٠
٦٣٤	٤٠١٩٥٦	٢٥,١٧٩
٦٣٥	٤٠٣٢٢٥	٢٥,١٩٩
٦٣٦	٤٠٤٤٩٦	٢٥,٢١٩
٦٣٧	٤٠٥٧٦٩	٢٥,٢٣٩
٦٣٨	٤٠٧٠٤٤	٢٥,٢٥٩
٦٣٩	٤٠٨٣٢١	٢٥,٢٧٨
٦٤٠	٤٠٩٦٠٠	٢٥,٢٩٨
٦٤١	٤١٠٨٨١	٢٥,٣١٨
٦٤٢	٤١٢١٦٤	٢٥,٣٣٨
٦٤٣	٤١٣٤٤٩	٢٥,٣٥٢
٦٤٤	٤١٤٧٣٦	٢٥,٣٧٧
٦٤٥	٤١٦٠٢٥	٢٥,٣٩٧
٦٤٦	٤١٧٣١٦	٢٥,٤١٧
٦٤٧	٤١٨٦٠٩	٢٥,٤٣٦
٦٤٨	٤١٩٩٠٤	٢٥,٤٥٦
٦٤٩	٤٢١٢٠١	٢٥,٤٧٦
٦٥٠	٤٢٢٥٠٠	٢٥,٤٩٥
٦٥١	٤٢٣٨٠١	٢٥,٥١٥
٦٥٢	٤٢٥١٠٤	٢٥,٥٣٤
٦٥٣	٤٢٦٤٠٩	٢٥,٥٥٤
٦٥٤	٤٢٧٧١٦	٢٥,٥٧٣
٦٥٥	٤٢٩٠٢٥	٢٥,٥٩٣
٦٥٦	٤٣٠٣٣٦	٢٥,٦١٣
٦٥٧	٤٣١٦٤٩	٢٥,٦٣٢
٦٥٨	٤٣٢٩٦٤	٢٥,٦٥٢
٦٥٩	٤٣٤٢٨١	٢٥,٩٧١
٦٦٠	٤٣٥٦٠٠	٢٥,٦٩١

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٦٦١	٤٣٦٩٢١	٢٥,٧١٠
٦٦٢	٤٣٨٢٤٤	٢٥,٧٢٩
٦٦٣	٤٣٩٥٦٩	٢٥,٧٤٩
٦٦٤	٤٤٠٨٩٦	٢٥,٧٦٨
٦٦٥	٤٤٢٢٢٥	٢٥,٧٨٨
٦٦٦	٤٤٣٥٥٦	٢٥,٨٠٧
٦٦٧	٤٤٤٨٨٩	٢٥,٨٢٦
٦٦٨	٤٤٦٢٢٤	٢٥,٨٤٦
٦٦٩	٤٤٧٥٦١	٢٥,٨٦٥
٦٧٠	٤٤٨٩٠٠	٢٥,٨٨٤
٦٧١	٤٥٠٢٤١	٢٥,٩٠٤
٦٧٢	٤٥١٥٨٤	٢٥,٩٢٣
٦٧٣	٤٥٢٩٢٩	٢٥,٩٤٢
٦٧٤	٤٥٤٢٧٦	٢٥,٩٦٢
٦٧٥	٤٥٥٦٢٥	٢٥,٩٨١
٦٧٦	٤٥٦٩٧٦	٢٦,٠٠٠
٦٧٧	٤٥٨٣٢٩	٢٦,٠١٩
٦٧٨	٤٥٩٦٨٤	٢٦,٠٣٨
٦٧٩	٤٦١٠٤١	٢٦,٠٥٨
٦٨٠	٤٦٢٤٠٠	٢٦,٠٧٧
٦٨١	٤٦٣٧٦١	٢٦,٠٩٦
٦٨٢	٤٦٥١٢٤	٢٦,١١٥
٦٨٣	٤٦٦٤٨٩	٢٦,١٣٤
٦٨٤	٤٦٧٨٥٦	٢٦,١٥٣
٦٨٥	٤٦٩٢٢٥	٢٦,١٧٣
٦٨٦	٤٧٠٥٩٦	٢٦,١٩٢
٦٨٧	٤٧١٩٦٩	٢٦,٢١١
٦٨٨	٤٧٣٣٤٤	٢٦,٢٣٠
٦٨٩	٤٧٤٧٢١	٢٦,٢٤٩
٦٩٠	٤٧٦١٠٠	٢٦,٢٦٨

ن	ن٢	√ن
٦٩١	٤٧٧٤٨١	٢٦,٢٨٧
٦٩٢	٤٧٨٨٦٤	٢٦,٣٠٦
٦٩٣	٤٨٠٢٤٩	٢٦,٣٢٥
٦٩٤	٤٨١٦٣٦	٢٦,٣٤٤
٦٩٥	٤٨٣٠٢٥	٢٦,٣٦٣
٦٩٦	٤٨٤٤١٦	٢٦,٣٨٢
٦٩٧	٤٨٥٨٠٩	٢٦,٤٠١
٦٩٨	٤٨٧٢٠٤	٢٦,٤٢٠
٦٩٩	٤٨٨٦٠١	٢٦,٤٣٩
٧٠٠	٤٩٠٠٠٠	٢٦,٤٥٨
٧٠١	٤٩١٤٠١	٢٦,٤٧٦
٧٠٢	٤٩٢٨٠٤	٢٦,٤٩٥
٧٠٣	٤٩٤٢٠٩	٢٦,٥١٤
٧٠٤	٤٩٥٦١٦	٢٦,٥٣٣
٧٠٥	٤٩٧٠٢٥	٢٦,٥٥٢
٧٠٦	٤٩٨٤٣٦	٢٦,٥٧١
٧٠٧	٤٩٩٨٤٩	٢٦,٥٩٠
٧٠٨	٥٠١٢٦٤	٢٦,٦٠٨
٧٠٩	٢٠٢٦٨١	٢٦,٦٢٧
٧١٠	٥٠٤١٠٠	٢٦,٦٤٦
٧١١	٥٠٥٥٢١	٢٦,٦٦٥
٧١٢	٥٠٦٩٤٤	٢٦,٦٨٣
٧١٣	٥٠٨٣٦٩	٢٦,٧٠٢
٧١٤	٢٠٩٧٩٦	٢٦,٧٢١
٧١٥	٥١١٢٢٥	٢٦,٧٤٠
٧١٦	٥١٢٦٥٦	٢٦,٧٥٨
٧١٧	٥١٤٠٨٩	٢٦,٧٧٧
٧١٨	٥١٥٥٢٤	٢٦,٧٩٦
٧١٩	٥١٦٩٦١	٢٦,٨١٤
٧٢٠	٥١٨٤٠٠	٢٦,٨٣٣

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٧٢١	٥١٩٨٤١	٢٦,٨٥١
٧٢٢	٥٢١٢٨٤	٢٦,٨٧٠
٧٢٣	٥٢٢٧٢٩	٢٦,٨٨٩
٧٢٤	٥٢٤١٧٦	٢٦,٩٠٧
٧٢٥	٥٢٥٦٢٥	٢٦,٩٢٦
٧٢٦	٥٢٧٠٧٦	٢٦,٩٤٤
٧٢٧	٥٢٨٥٢٩	٢٦,٩٦٣
٧٢٨	٥٢٩٩٨٤	٢٦,٩٨٢
٧٢٩	٥٣١٤٤١	٢٧,٠٠٠
٧٣٠	٥٣٢٩٠٠	٢٧,٠١٩
٧٣١	٥٣٤٣٦١	٢٧,٠٣٧
٧٣٢	٥٣٥٨٢٤	٢٧,٠٥٦
٧٣٣	٥٣٧٢٨٩	٢٧,٠٧٤
٧٣٤	٥٣٨٧٥٦	٢٧,٠٩٢
٧٣٥	٥٤٠٢٢٥	٢٧,١١١
٧٣٦	٥٤١٦٩٦	٢٧,١٢٩
٧٣٧	٥٤٣١٦٩	٢٧,١٤٨
٧٣٨	٥٤٤٦٤٤	٢٧,١٦٦
٧٣٩	٥٤٦١٢١	٢٧,١٨٥
٧٤٠	٥٤٧٦٠٠	٢٧,٢٠٣
٧٤١	٥٤٩٠٨١	٢٧,٢٢١
٧٤٢	٥٥٠٥٦٤	٢٧,٢٤٠
٧٤٣	٥٥٢٠٤٩	٢٧,٢٥٨
٧٤٤	٥٥٣٥٣٦	٢٧,٢٧٦
٧٤٥	٥٥٥٠٢٥	٢٧,٢٩٥
٧٤٦	٥٥٦٥١٦	٢٧,٣١٣
٧٤٧	٥٥٨٠٠٩	٢٧,٣٣١
٧٤٨	٥٥٩٥٠٤	٢٧,٣٥٠
٧٤٩	٥٦١٠٠١	٢٧,٣٦٨
٧٥٠	٥٦٢٥٠٠	٢٧,٣٨٦
٧٥١	٥٦٤٠٠١	٢٧,٤٠٤
٧٥٢	٥٦٥٥٠٤	٢٧,٤٢٣
٧٥٣	٥٦٧٠٠٩	٢٧,٤٤١
٧٥٤	٥٦٨٥١٦	٢٧,٤٥٩
٧٥٥	٥٧٠٠٢٥	٢٧,٤٧٧
٧٥٦	٥٧١٥٣٦	٢٧,٤٩٦
٧٥٧	٥٧٣٠٤٩	٢٧,٥١٤
٧٥٨	٥٧٤٥٦٤	٢٧,٥٣٢
٧٥٩	٥٧٦٠٨١	٢٧,٥٥٠
٧٦٠	٥٧٧٦٠٠	٢٧,٥٦٨
٧٦١	٥٧٩١٢١	٢٧,٥٨٦
٧٦٢	٥٨٠٦٤٤	٢٧,٦٠٤
٧٦٣	٥٨٢١٦٩	٢٧,٦٢٣
٧٦٤	٥٨٣٦٩٦	٢٧,٦٤١
٧٦٥	٥٨٥٢٢٥	٢٧,٦٥٩
٧٦٦	٥٨٦٧٥٦	٢٧,٦٧٧
٧٦٧	٥٨٨٢٨٩	٢٧,٦٩٥
٧٦٨	٥٨٩٨٢٤	٢٧,٧١٣
٧٦٩	٥٩١٣٦١	٢٧,٧٣١
٧٧٠	٥٩٢٩٠٠	٢٧,٧٤٩
٧٧١	٥٩٤٤٤١	٢٧,٧٦٧
٧٧٢	٥٩٥٩٨٤	٢٧,٧٨٥
٧٧٣	٥٩٧٥٢٩	٢٧,٨٠٣
٧٧٤	٥٩٩٠٧٦	٢٧,٨٢١
٧٧٥	٦٠٠٦٢٥	٢٧,٨٣٩
٧٧٦	٦٠٢١٧٦	٢٧,٨٥٧
٧٧٧	٦٠٣٧٢٩	٢٧,٨٧٥
٧٧٨	٦٠٥٢٨٤	٢٧,٨٩٣
٧٧٩	٦٠٦٨٤١	٢٧,٩١١
٧٨٠	٦٠٨٤٠٠	٢٧,٩٢٩

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٧٨١	٦٠٩٩٦١	٢٧,٩٤٦
٧٨٢	٦١١٥٢٤	٢٧,٩٦٤
٧٨٣	٦١٣٠٨٩	٢٧,٩٨٢
٧٨٤	٦١٤٦٥٦	٢٨,٠٠٠
٧٨٥	٦١٦٢٢٥	٢٨,٠١٨
٧٨٦	٦١٧٧٩٦	٢٨,٠٣٦
٧٨٧	٦١٩٣٦٩	٢٨,٠٥٤
٧٨٨	٦٢٠٩٤٤	٢٨,٠٧١
٧٨٩	٦٢٢٥٢١	٢٨,٠٨٩
٧٩٠	٦٢٤١٠٠	٢٨,١٠٧
٧٩١	٦٢٥٦٨١	٢٨,١٢٥
٧٩٢	٦٢٧٢٦٤	٢٨,١٤٣
٧٩٣	٦٢٨٨٤٩	٢٨,١٦٠
٧٩٤	٦٣٠٤٣٦	٢٨,١٧٨
٧٩٥	٦٣٢٠٢٥	٢٨,١٩٦
٧٩٦	٦٣٣٦١٦	٢٨,٢١٤
٧٩٧	٦٣٥٢٠٩	٢٨,٢٣١
٧٩٨	٦٣٦٨٠٤	٢٨,٢٤٩
٧٩٩	٦٣٨٤٠١	٢٨,٢٦٧
٨٠٠	٦٤٠٠٠٠	٢٨,٢٨٤
٨٠١	٦٤١٦٠١	٢٨,٣١١
٨٠٢	٦٤٣٢٠٤	٢٨,٣٢٠
٨٠٣	٦٤٤٨٠٩	٢٨,٣٣٧
٨٠٤	٦٤٦٤١٦	٢٨,٣٥٥
٨٠٥	٦٤٨٠٢٥	٢٨,٣٧٣
٨٠٦	٦٤٩٦٣٦	٢٨,٣٩٠
٨٠٧	٦٥١٢٤٩	٢٨,٤٠٨
٨٠٨	٦٥٢٨٦٤	٢٨,٤٢٥
٨٠٩	٦٥٤٤٨١	٢٨,٤٤٣
٨١٠	٦٥٦١٠٠	٢٨,٤٦١

ن	ن٢	√ن
٨١١	٦٥٧٧٢١	٢٨,٤٧٨
٨١٢	٦٥٩٣٤٤	٢٨,٤٩٦
٨١٣	٦٦٠٩٦٩	٢٨,٥١٣
٨١٤	٦٦٢٥٩٦	٢٨,٥٣١
٨١٥	٦٦٤٢٢٥	٢٨,٥٤٨
٨١٦	٦٦٥٨٥٦	٢٨,٥٦٦
٨١٧	٦٦٧٤٨٩	٢٨,٥٨٣
٨١٨	٦٦٩١٢٤	٢٨,٦٠١
٨١٩	٦٧٠٧٦١	٢٨,٦١٨
٨٢٠	٦٧٢٤٠٠	٢٨,٦٣٦
٨٢١	٦٧٤٠٤١	٢٨,٦٥٣
٨٢٢	٦٧٥٦٨٤	٢٨,٦٧١
٨٢٣	٦٧٧٣٢٩	٢٨,٦٨٨
٨٢٤	٦٧٨٩٧٦	٢٨,٧٠٥
٨٢٥	٦٨٠٦٢٥	٢٨,٧٢٣
٨٢٦	٦٨٢٢٧٦	٢٨,٧٤٠
٨٢٧	٦٨٣٩٢٩	٢٨,٧٥٨
٨٢٨	٦٨٥٥٨٤	٢٨,٧٧٥
٨٢٩	٦٨٧٢٤١	٢٨,٧٩٣
٨٣٠	٦٨٨٩٠٠	٢٨,٨١٠
٨٣١	٦٩٠٥٦١	٢٨,٨٢٧
٨٣٢	٦٩٢٢٢٤	٢٨,٨٤٤
٨٣٣	٦٩٣٨٨٩	٢٨,٨٦٢
٨٣٤	٦٩٥٥٥٦	٢٨,٨٧٩
٨٣٥	٦٩٧٢٢٥	٢٨,٨٩٦
٨٣٦	٦٩٨٨٩٦	٢٨,٩١٤
٨٣٧	٧٠٠٥٦٩	٢٨,٩٣١
٨٣٨	٧٠٢٢٤٤	٢٨,٩٤٨
٨٣٩	٧٠٣٩٢١	٢٨,٦٦٦
٨٤٠	٧٠٥٦٠٠	٢٨,٩٨٣

تابع جدول رقم (١)

ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$
٨٤١	٧٠٧٢٨١	٢٩,٠٠٠
٨٤٢	٧٠٨٩٦٤	٢٩,٠١٧
٨٤٣	٧١٠٦٤٩	٢٩,٠٣٥
٨٤٤	٧١٢٣٣٦	٢٩,٠٥٢
٨٤٥	٧١٤٠٢٥	٢٩,٠٦٩
٨٤٦	٧١٥٧١٦	٢٩,٠٨٦
٨٤٧	٧١٧٤٠٩	٢٩,١٠٣
٨٤٨	٧١٩١٠٤	٢٩,١٢٠
٨٤٩	٧٢٠٨٠١	٢٩,١٣٨
٨٥٠	٧٢٢٥٠٠	٢٩,١٥٥
٨٥١	٧٢٤٢٠١	٢٩,١٧٣
٨٥٢	٧٢٥٩٠٤	٢٩,١٨٩
٨٥٣	٧٢٧٦٠٩	٢٩,٢٠٦
٨٥٤	٧٢٩٣١٦	٢٩,٢٢٣
٨٥٥	٧٣١٠٢٥	٢٩,٢٤٠
٨٥٦	٧٣٢٧٣٦	٢٩,٢٥٨
٨٥٧	٧٣٤٤٤٩	٢٩,٢٧٥
٨٥٨	٧٣٦١٦٤	٢٩,٢٩٣
٨٥٩	٧٣٧٨٨١	٢٩,٣٠٩
٨٦٠	٧٣٩٦٠٠	٢٩,٣٢٦
٨٦١	٧٤١٣٢١	٢٩,٣٤٣
٨٦٢	٧٤٣٠٤٤	٢٩,٣٦٠
٨٦٣	٧٤٤٧٦٩	٢٩,٣٧٨
٨٦٤	٧٤٦٤٩٦	٢٩,٣٩٤
٨٦٥	٧٤٨٢٢٥	٢٩,٤١١
٨٦٦	٧٤٩٩٥٦	٢٩,٤٢٨
٨٦٧	٧٥١٦٨٩	٢٩,٤٤٥
٨٦٨	٧٥٣٤٢٤	٢٩,٤٦٢
٨٦٩	٧٥٥١٦١	٢٩,٤١٧
٨٧٠	٧٥٦٩٠٠	٢٩,٤٩٦
٨٧١	٧٥٨٦٤١	٢٩,٥١٣
٨٧٢	٧٦٠٣٨٤	٢٩,٥٣٠
٨٧٣	٧٦٢١٢٩	٢٩,٥٤٧
٨٧٤	٧٦٣٨٧٦	٢٩,٥٦٤
٨٧٥	٧٦٥٦٢٥	٢٩,٥٨٠
٨٧٦	٧٦٧٣٧٦	٢٩,٥٩٧
٨٧٧	٧٦٩١٢٩	٢٩,٦١٤
٨٧٨	٧٧٠٨٨٤	٢٩,٦٣١
٨٧٩	٧٧٢٦٤١	٢٩,٦٤٨
٨٨٠	٧٧٤٤٠٠	٢٩,٦٦٥
٨٨١	٧٧٦١٦١	٢٩,٦٨٢
٨٨٢	٧٧٧٩٢٤	٢٩,٦٩٩
٨٨٣	٧٧٩٦٨٩	٢٩,٧١٥
٨٨٤	٧٨١٤٥٦	٢٩,٧٣٢
٨٨٥	٧٨٣٢٢٥	٢٩,٧٤٩
٨٨٦	٧٨٤٩٩٦	٢٩,٧٦٦
٨٨٧	٧٨٦٧٦٩	٢٩,٧٨٣
٨٨٨	٧٨٨٥٤٤	٢٩,٧٩٩
٨٨٩	٧٩٠٣٢١	٢٩,٨١٦
٨٩٠	٧٩٢١٠٠	٢٩,٨٣٣
٨٩١	٧٩٣٨٨١	٢٩,٨٥٠
٨٩٢	٧٩٥٦٦٤	٢٩,٨٦٦
٨٩٣	٧٩٧٤٤٩	٢٩,٨٨٣
٨٩٤	٧٩٩٢٣٦	٢٩,٩١٠
٨٩٥	٨٠١٠٢٥	٢٩,٩١٧
٨٩٦	٨٠٢٨١٦	٢٩,٩٣٣
٨٩٧	٨٠٤٦٠٩	٢٩,٩٥٠
٨٩٨	٤٠٦٤٠٤	٢٩,٩٦٧
٨٩٩	٨٠٨٢٠١	٢٩,٩٨٣
٩٠٠	٨١٠٠٠٠	٣٠,٠٠٠

تابع جدول رقم (١)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$
٩٠١	٨١١٨٠١	٣٠,٠١٧
٩٠٢	٨١٣٦٠٤	٣٠,٠٣٣
٩٠٣	٨١٥٤٠٩	٣٠,٠٥٠
٩٠٤	٨١٧٢١٦	٣٠,٠٦٧
٩٠٥	٨١٩,٢٥	٣٠,٠٨٣
٩٠٦	٨٢٠٨٣٦	٣٠,١٠٠
٩٠٧	٨٢٢٦٤٩	٣٠,١١٦
٩٠٨	٨٢٤٤٦٤	٣٠,١٣٣
٩٠٩	٨٢٦٢٨١	٣٠,١٥٠
٩١٠	٨٢٨١٠٠	٣٠,١٦٦
٩١١	٨٢٩٩٢١	٣٠,١٨٣
٩١٢	٨٣١٧٤٤	٣٠,١٩٩
٩١٣	٨٣٣٥٦٩	٣٠,٢١٦
٩١٤	٨٣٥٣٩٦	٣٠,٢٣٢
٩١٥	٨٣٧٢٢٥	٣٠,٢٤٩
٩١٦	٨٣٩٠٥٦	٣٠,٢٦٦
٩١٧	٨٤٠٨٨٩	٣٠,٢٨٢
٩١٨	٨٤٢٧٢٤	٣٠,٢٩٩
٩١٩	٨٤٤٥٦١	٣٠,٣١٥
٩٢٠	٨٤٦٤٠٠	٣٠,٣٣٢
٩٢١	٨٤٨٢٤١	٣٠,٣٤٨
٩٢٢	٨٥٠٠٨٤	٣٠,٣٦٥
٩٢٣	٨٥١٩٢٩	٣٠,٣٨١
٩٢٤	٨٥٣٧٧٦	٣٠,٣٩٧
٩٢٥	٨٥٥٦٢٥	٣٠,٤١٤
٩٢٦	٨٥٧٤٧٦	٣٠,٤٣٠
٩٢٧	٨٥٩٣٢٩	٣٠,٤٤٧
٩٢٨	٨٦١١٨٤	٣٠,٤٦٣
٩٢٩	٨٦٣٠٤١	٣٠,٤٨٠
٩٣٠	٨٦٤٩٠٠	٣٠,٤٩٦

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$
٩٣١	٨٦٦٧٦١	٣٠,٥١٢
٩٣٢	٨٦٨٦٢٤	٣٠,٥٢٩
٩٣٣	٨٧٠٤٨٩	٣٠,٥٤٥
٩٣٤	٨٧٢٣٥٦	٣٠,٥٦١
٩٣٥	٨٧٤٢٢٥	٣٠,٥٧٨
٩٣٦	٨٧٦٠٩٦	٣٠,٥٩٤
٩٣٧	٨٧٧٩٦٩	٣٠,٦١١
٩٣٨	٨٧٩٨٤٤	٣٠,٨٢٧
٩٣٩	٨٨١٧٢١	٣٠,٦٤٣
٩٤٠	٨٨٣٦٠٠	٣٠,٦٥٩
٩٤١	٨٨٥٤٨١	٣٠,٦٧٦
٩٤٢	٨٨٧٣٦٤	٣٠,٦٩٢
٩٤٣	٨٨٩٢٤٩	٣٠,٧٠٨
٩٤٤	٨٩١١٣٦	٣٠,٧٢٥
٩٤٥	٨٩٣٠٢٥	٣٠,٧٤١
٩٤٦	٨٩٤٩١٦	٣٠,٧٥٧
٩٤٧	٨٩٦٤٠٩	٣٠,٧٧٣
٩٤٨	٨٩٨٧٠٤	٣٠,٧٩٠
٩٤٩	٩٠٠٦٠١	٣٠,٨٠٦
٩٥٠	٩٠٢٥٠٠	٣٠,٨٢٢
٩٥١	٩٠٤٤٠١	٣٠,٨٣٨
٩٥٢	٩٠٦٣٠٤	٣٠,٨٥٥
٩٥٣	٩٠٨٢٠٩	٣٠,٨٧١
٩٥٤	٩١٠١١٦	٣٠,٨٨٧
٩٥٥	٩١٢٠٢٥	٣٠,٩٠٣
٩٥٦	٩١٣٩٣٦	٣٠,٩١٩
٩٥٧	٩١٥٨٤٩	٣٠,٩٣٥
٩٥٨	٩١٧٧٦٤	٣٠,٩٥٢
٩٥٩	٩١٩٦٨١	٣٠,٩٦٨
٩٦٠	٩٢١٦٠٠	٣٠,٩٨٤

تابع جدول رقم (١)

ن	ن٢	√ن
٩٦١	٩٢٣٥٢١	٣١,٠٠٠
٩٦٢	٩٢٥٤٤٤	٣١,٠١٦
٩٦٣	٩٢٧٣٦٩	٣١,٠٣٢
٩٦٤	٩٢٩٢٩٦	٣١,٠٤٨
٩٦٥	٩٣١٢٢٥	٣١,٠٦٤
٩٦٦	٩٣٣١٥٦	٣١,٠٨١
٩٦٧	٩٣٥٠٨٩	٣١,٠٩٧
٩٦٨	٩٣٧٠٢٤	٣١,١١٣
٩٦٩	٩٣٨٩٦١	٣١,١٢٩
٩٧٠	٩٤٠٩٠٠	٣١,١٤٥
٩٧١	٩٤٢٨٤١	٣١,١٦١
٩٧٢	٩٤٤٧٨٤	٣١,١٧٧
٩٧٣	٩٤٦٧٢٩	٣١,١٩٣
٩٧٤	٩٤٨٦٧٦	٣١,٢٠٩
٩٧٥	٩٥٠٦٢٥	٣١,٢٢٥
٩٧٦	٩٥٢٥٧٦	٣١,٢٤١
٩٧٧	٩٥٤٥٢٩	٣١,٢٥٧
٩٧٨	٩٥٦٤٨٤	٣١,٢٧٣
٩٧٩	٩٥٨٤٤١	٣١,٢٨٩
٩٨٠	٩٦٠٤٠٠	٣١,٣٠٥
٩٨١	٩٦٢٣٦١	٣١,٣٢١
٩٨٢	٩٦٤٣٢٤	٣١,٣٣٧
٩٨٣	٩٦٦٢٥٩	٣١,٣٥٣
٩٨٤	٩٦٨٢٥٦	٣١,٣٦٩
٩٨٥	٩٧٠٠٢٢٥	٣١,٣٨٥
٩٨٦	٩٧٢١٩٦	٣١,٤٠١
٩٨٧	٩٧٤١٦٩	٣١,٤١٧
٩٨٨	٩٧٦١٤٤	٣١,٤٣٣
٩٨٩	٩٧٨١٢١	٣١,٤٤٨
٩٩٠	٩٨٠١٠٠	٣١,٤٦٤
٩٩١	٩٨٢٠٨١	٣١,٤٨٠
٩٩٢	٩٨٤٠٦٤	٣١,٤٩٦
٩٩٣	٩٨٦٠٤٩	٣١,٥١٢
٩٩٤	٩٨٨٠٣٦	٣١,٥٢٨
٩٩٥	٩٩٠٠٢٥	٣١,٥٤٤
٩٩٦	٩٩٢٠١٦	٣١,٥٦٠
٩٩٧	٩٩٤٠٠٩	٣١,٥٧٥
٩٩٨	٩٩٦٠٠٤	٣١,٥٩١
٩٩٩	٩٩٨٠٠١	٣١,٦٠٧
١٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠	٣١,٦٢٣

جدول (٢)

جدول اللوغاريتمات للأساس ١٠

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	الفروق								
											١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
١٠	٠٠٠٠	٠٠٤٣	٠٠٨٦	٠١٢٨	٠١٧٠	٠٢١٢	٠٢٥٣	٠٢٩٤	٠٣٣٤	٠٣٧٤	٤	٨	١٢	١٧	٢١	٢٥	٢٩	٣٣	٣٧
١١	٠٤١٤	٠٤٥٣	٠٤٩٢	٠٥٣١	٠٥٦٩	٠٦٠٧	٠٦٤٥	٠٦٨٢	٠٧١٩	٠٧٥٥	٤	٨	١١	١٥	١٩	٢٣	٢٦	٣٠	٣٤
١٢	٠٧٩٢	٠٨٢٨	٠٨٦٤	٠٨٩٩	٠٩٣٤	٠٩٦٩	١٠٠٤	١٠٣٨	١٠٧٢	١١٠٦	٣	٧	١٠	١٤	١٧	٢١	٢٤	٢٨	٣١
١٣	١١٣٩	١١٧٣	١٢٠٦	١٢٣٩	١٢٧١	١٣٠٣	١٣٣٥	١٣٦٧	١٣٩٩	١٤٣٠	٣	٦	١٠	١٣	١٦	١٩	٢٣	٢٦	٢٩
١٤	١٤٦١	١٤٩٢	١٥٢٣	١٥٥٣	١٥٨٤	١٦١٤	١٦٤٤	١٦٧٣	١٧٠٣	١٧٣٢	٣	٦	٩	١٢	١٥	١٨	٢١	٢٤	٢٧
١٥	١٧٦١	١٧٩٠	١٨١٨	١٨٤٧	١٨٧٥	١٩٠٣	١٩٣١	١٩٥٩	١٩٨٧	٢٠١٤	٣	٦	٨	١١	١٤	١٧	٢٠	٢٢	٢٥
١٦	٢٠٤١	٢٠٦٨	٢٠٩٥	٢١٢٢	٢١٤٨	٢١٧٥	٢٢٠١	٢٢٢٧	٢٢٥٣	٢٢٧٩	٣	٥	٨	١١	١٣	١٦	١٨	٢١	٢٤
١٧	٢٣٠٤	٢٣٣٠	٢٣٥٥	٢٣٨٠	٢٤٠٥	٢٤٣٠	٢٤٥٥	٢٤٨٠	٢٥٠٤	٢٥٢٩	٢	٥	٧	١٠	١٢	١٥	١٧	٢٠	٢٢
١٨	٢٥٥٣	٢٥٧٧	٢٦٠١	٢٦٢٥	٢٦٤٨	٢٦٧٢	٢٦٩٥	٢٧١٨	٢٧٤٢	٢٧٦٥	٢	٥	٧	٩	١٢	١٤	١٦	١٩	٢١
١٩	٢٧٨٨	٢٨١٠	٢٨٣٣	٢٨٥٦	٢٨٧٨	٢٩٠٠	٢٩٢٣	٢٩٤٥	٢٩٦٧	٢٩٨٩	٢	٤	٧	٩	١١	١٣	١٦	١٨	٢٠
٢٠	٣٠١٠	٣٠٣٢	٣٠٤	٣٠٧٥	٣٠٩٦	٣١١٨	٣١٣٩	٣١٦٠	٣١٨١	٣٢٠١	٢	٤	٦	٨	١١	١٣	١٥	١٧	١٩
٢١	٣٢٢٢	٣٢٤٣	٣٢٦٣	٣٢٨٤	٣٣٠٤	٣٣٢٤	٣٣٤٥	٣٣٦٥	٣٣٨٥	٣٤٠٤	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٢٢	٣٤٢٤	٣٤٤٤	٣٤٦٤	٣٤٨٣	٣٥٠٢	٣٥٢٢	٣٥٤١	٣٥٦٠	٣٥٧٩	٣٥٩٨	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٥	١٧
٢٣	٣٦١٧	٣٦٣٦	٣٦٥٥	٣٦٧٤	٣٦٩٢	٣٧١١	٣٧٢٩	٣٧٤٧	٣٧٦٦	٣٧٨٤	٢	٤	٦	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٧
٢٤	٣٨٠٢	٣٨٢٠	٣٨٣٨	٣٨٥٦	٣٨٧٤	٣٨٩٢	٣٩٠٩	٣٩٢٧	٣٩٤٥	٣٩٦٢	٢	٤	٥	٧	٩	١١	١٢	١٤	١٦
٢٥	٣٩٧٩	٣٩٩٧	٤٠١٤	٤٠٣١	٤٠٤٨	٤٠٦٥	٤٠٨٢	٤٠٩٩	٤١١٦	٤١٣٣	٢	٣	٥	٧	٩	١٠	١٢	١٤	١٥
٢٦	٤١٥٠	٤١٦٦	٤١٨٣	٤٢٠٠	٤٢١٦	٤٢٣٢	٤٢٤٩	٤٢٦٥	٤٢٨١	٤٢٩٨	٢	٣	٥	٧	٨	١٠	١١	١٣	١٥
٢٧	٤٣١٤	٤٣٣٠	٤٣٤٦	٤٣٦٢	٤٣٧٨	٤٣٩٣	٤٤٠٩	٤٤٢٥	٤٤٤٠	٤٤٥٦	٢	٣	٥	٦	٨	٩	١١	١٣	١٤
٢٨	٤٤٧٢	٤٤٨٧	٤٥٠٢	٤٥١٨	٤٥٣٣	٤٥٤٨	٤٥٦٤	٤٥٧٩	٤٥٩٤	٤٦٠٩	٢	٣	٥	٦	٨	٩	١١	١٢	١٤
٢٩	٤٦٢٤	٤٦٣٩	٤٦٥٤	٤٦٦٩	٤٦٨٣	٤٦٩٨	٤٧١٣	٤٧٢٨	٤٧٤٢	٤٧٥٧	١	٣	٤	٦	٧	٩	١٠	١٢	١٣
٣٠	٤٧٧١	٤٧٨٦	٧٨٠٠	٤٨١٤	٤٨٢٩	٤٨٤٣	٤٨٥٧	٤٨٧١	٤٨٨٦	٤٩٠٠	١	٣	٤	٦	٧	٩	١٠	١١	١٣
٣١	٤٩١٤	٤٩٢٨	٤٩٤٢	٤٩٥٥	٤٩٦٩	٤٩٨٣	٤٩٩٧	٥٠١١	٥٠٢٤	٥٠٣٨	١	٣	٤	٦	٧	٨	١٠	١١	١٢
٣٢	٥٠٥١	٥٠٦٥	٥٠٧٩	٥٠٩٢	٥١٠٥	٥١١٩	٥١٣٢	٥١٤٥	٥١٥٩	٥١٧٢	١	٣	٤	٥	٧	٨	٩	١١	١٢
٣٣	٥١٨٥	٥١٩٨	٥٢١١	٥٢٢٤	٥٢٣٧	٥٢٥٠	٥٢٦٣	٥٢٧٦	٥٢٨٩	٥٣٠٢	١	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٠	١٢
٣٤	٥٣١٥	٥٣٢٨	٥٣٤٠	٥٣٥٣	٥٣٦٦	٥٣٧٨	٥٣٩١	٥٤٠٣	٥٤١٦	٥٤٢٨	١	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٠	١١
٣٥	٥٤٤١	٥٤٥٣	٥٤٦٥	٥٤٧٨	٥٤٩٠	٥٥٠٢	٥٥١٤	٥٥٢٧	٥٥٣٩	٥٥٥١	١	٢	٤	٥	٦	٧	٩	١٠	١١
٣٦	٥٥٦٣	٥٥٧٥	٥٥٨٧	٥٥٩٩	٥٦١١	٥٦٢٣	٥٦٣٥	٥٦٤٧	٥٦٥٨	٥٦٧٠	١	٢	٤	٥	٦	٧	٨	١٠	١١
٣٧	٥٦٨٢	٥٦٩٤	٥٧٠٥	٥٧١٧	٥٧٢٩	٥٧٤٠	٥٧٥٢	٥٧٦٣	٥٧٧٥	٥٧٨٦	١	٢	٣	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٣٨	٥٧٩٨	٥٨٠٩	٥٨٢١	٥٨٣٢	٥٨٤٣	٥٨٥٥	٥٨٦٦	٥٨٧٧	٥٨٨٨	٥٨٩٩	١	٢	٣	٥	٦	٧	٩	٨	١٠
٣٩	٥٩١١	٥٩٢٢	٥٩٣٣	٥٩٤٤	٥٩٥٥	٥٩٦٦	٥٩٧٧	٥٩٨٨	٥٩٩٩	٦٠١٠	١	٢	٣	٤	٥	٧	٨	٩	١٠
٤٠	٦٠٢١	٦٠٣١	٦٠٤٢	٦٠٥٣	٦٠٦٤	٦٠٧٥	٦٠٨٥	٦٠٩٦	٦١٠٧	٦١١٧	١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٠
٤١	٦١٢٨	٦١٣٨	٦١٤٩	٦١٦٠	٦١٧٠	٦١٨٠	٦١٩١	٦٢٠١	٦٢١٢	٦٢٢٢	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٢	٦٢٣٢	٦٢٤٣	٦٢٥٣	٦٢٦٣	٦٢٧٤	٦٢٨٤	٦٢٩٤	٦٣٠٤	٦٣١٤	٦٣٢٥	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٣	٦٣٣٥	٦٣٤٥	٦٣٥٥	٦٣٦٥	٦٣٧٥	٦٣٨٥	٦٣٩٥	٦٤٠٥	٦٤١٥	٦٤٢٥	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٤	٦٤٣٥	٦٤٤٤	٦٤٥٤	٦٤٦٤	٦٤٧٤	٦٤٨٤	٦٤٩٣	٣٥٠٣	٣٥١٣	٦٥٢٢	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٥	٦٥٣٢	٦٥٤٢	٦٥٥١	٦٥٦١	٦٥٧١	٦٥٨٠	٦٥٩٠	٦٥٩٩	٦٦٠٩	٦٦١٨	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٦	٦٦٢٨	٦٦٣٧	٦٦٤٦	٦٦٥٦	٦٦٦٥	٦٦٧٥	٦٦٨٤	٦٦٩٣	٦٧٠٢	٦٧١٢	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

تابع جدول (٢)

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	الفروق								
											١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٤٧	٦٧٢١	٦٧٣٠	٦٧٣٩	٦٧٤٩	٦٧٥٨	٦٧٦٧	٦٧٧٦	٦٧٨٥	٦٧٩٤	٦٨٠٣	١	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧	٨
٤٨	٦٨١٢	٦٨٢١	٦٨٣٠	٦٨٣٩	٦٨٤٨	٦٨٥٧	٦٨٦٦	٦٨٧٥	٦٨٨٤	٦٨٩٣	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٧	٨
٤٩	٦٩٠٢	٦٩١١	٦٩٢٠	٦٩٢٨	٦٩٣٧	٦٩٤٦	٦٩٥٥	٦٩٦٤	٦٩٧٢	٦٩٨١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٧	٨
٥٠	٦٩٩٠	٦٩٩٨	٧٠٠٧	٧٠١٦	٧٠٢٤	٧٠٣٣	٧٠٤٢	٧٠٥٠	٧٠٥٩	٧٠٦٧	١	٢	٣	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٥١	٧٠٧٦	٧٠٨٤	٧٠٩٣	٧١٠١	٧١١٠	٧١١٨	٧١٢٦	٧١٣٥	٧١٤٣	٧١٥٢	١	٢	٣	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٥٢	٧١٦٠	٧١٦٨	٧١٧٧	٧١٨٥	٧١٩٣	٧٢٠٢	٧٢١٠	٧٢١٨	٧٢٢٦	٧٢٣٥	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٧
٥٣	٧٢٤٣	٧٢٥١	٧٢٥٩	٧٢٦٧	٧٢٧٥	٧٢٨٤	٧٢٩٢	٧٣٠٠	٧٣٠٨	٧٣١٦	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٦	٧
٥٤	٧٣٢٤	٧٣٣٢	٧٣٤٠	٧٣٤٨	٧٣٥٦	٧٣٦٤	٧٣٧٢	٧٣٨٠	٧٣٨٨	٧٣٩٦	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٦	٧
٥٥	٧٤٠٤	٧٤١٢	٧٤١٩	٧٤٢٧	٧٤٣٥	٧٤٤٣	٧٤٥١	٧٤٥٩	٧٤٦٦	٧٤٧٤	١	٢	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧
٥٦	٧٤٨٢	٧٤٩٠	٧٤٩٧	٧٥٠٥	٧٥١٣	٧٥٢٠	٧٥٢٨	٧٥٣٦	٧٥٤٣	٧٥٥١	١	٢	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧
٥٧	٧٥٥٩	٧٥٦٦	٧٥٧٤	٧٥٨٢	٧٥٨٩	٧٥٩٧	٧٦٠٤	٧٦١٢	٧٦١٩	٧٦٢٧	١	٢	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧
٥٨	٧٦٣٤	٧٦٤٢	٧٦٤٩	٧٦٥٧	٧٦٦٤	٧٦٧٢	٧٦٧٩	٧٦٨٦	٧٦٩٤	٧٧٠١	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٧
٥٩	٧٧٠٩	٧٧١٦	٧٧٢٣	٧٧٣١	٧٧٣٨	٧٧٤٥	٧٧٥٢	٧٧٦٠	٧٧٦٧	٧٧٧٤	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٧
٦٠	٧٧٨٢	٧٧٨٩	٧٧٩٦	٧٨٠٣	٧٨١٠	٧٨١٨	٧٨٢٥	٧٨٣٢	٧٨٣٩	٧٨٤٦	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٦
٦١	٧٨٥٣	٧٨٦٠	٧٨٦٨	٧٨٧٥	٧٨٨٢	٧٨٨٩	٧٨٩٦	٧٩٠٣	٧٩١٠	٧٩١٧	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٦
٦٢	٧٩٢٤	٧٩٣١	٧٩٣٨	٧٩٤٥	٧٩٥٢	٧٩٥٩	٧٩٦٦	٧٩٧٣	٧٩٨٠	٧٩٨٧	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٦	٦
٦٣	٧٩٩٣	٨٠٠٠	٨٠٠٧	٨٠١٤	٨٠٢١	٨٠٢٨	٨٠٣٥	٨٠٤١	٨٠٤٨	٨٠٥٥	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٦٤	٨٠٦٢	٨٠٦٩	٨٠٧٥	٨٠٨٢	٨٠٨٩	٨٠٩٦	٨١٠٢	٨١٠٩	٨١١٦	٨١٢٢	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٦٥	٨١٢٩	٨١٣٦	٨١٤٢	٨١٤٩	٨١٥٦	٨١٦٢	٨١٦٩	٨١٧٦	٨١٨٢	٨١٨٩	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٦٦	٨١٩٥	٨٢٠٢	٨٢٠٩	٨٢١٥	٨٢٢٢	٨٢٢٨	٨٢٣٥	٨٢٤١	٨٢٤٨	٨٢٥٤	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٦٧	٨٢٦١	٨٢٦٧	٨٢٧٤	٨٢٨٠	٨٢٨٧	٨٢٩٣	٨٢٩٩	٨٣٠٦	٨٣١٢	٨٣١٩	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٦٨	٨٣٢٥	٨٣٣١	٨٣٣٨	٨٣٤٤	٨٣٥١	٨٣٥٧	٨٣٦٣	٨٣٧٠	٨٣٧٦	٨٣٨٢	١	١	٢	٣	٣	٤	٤	٥	٦
٦٩	٨٣٨٨	٨٣٩٥	٨٤٠١	٨٤٠٧	٨٤١٤	٨٤٢٠	٨٤٢٦	٨٤٣٢	٨٤٣٩	٨٤٤٥	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٦
٧٠	٨٤٥١	٨٤٥٧	٨٤٦٣	٨٤٧٠	٨٤٧٦	٨٤٨٢	٨٤٨٨	٨٤٩٤	٨٥٠٠	٨٥٠٦	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٦
٧١	٨٥١٣	٨٥١٩	٨٥٢٥	٨٥٣١	٨٥٣٧	٨٥٤٣	٨٥٤٩	٨٥٥٥	٨٥٦١	٨٥٦٧	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٥
٧٢	٨٥٧٣	٨٥٧٩	٨٥٨٥	٨٥٩١	٨٥٩٧	٨٦٠٣	٨٦٠٩	٨٦١٥	٨٦٢١	٨٦٢٧	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٥
٧٣	٨٦٣٣	٨٦٣٩	٨٦٤٥	٨٦٥١	٨٦٥٧	٨٦٦٣	٨٦٦٩	٨٦٧٥	٨٦٨١	٨٦٨٦	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٥
٧٤	٨٦٩٢	٨٦٩٨	٨٧٠٤	٨٧١٠	٨٧١٦	٨٧٢٢	٨٧٢٧	٨٧٣٣	٨٧٣٩	٨٧٤٥	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٥
٧٥	٨٧٥١	٨٧٥٦	٨٧٦٢	٨٧٦٨	٨٧٧٤	٨٧٧٩	٨٧٨٥	٨٧٩١	٨٧٩٧	٨٨٠٢	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٥	٥
٧٦	٨٨٠٨	٨٨١٤	٨٨٢٠	٨٨٢٥	٨٨٣١	٨٨٣٧	٨٨٤٢	٨٨٤٨	٨٨٥٤	٨٨٥٩	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٥	٥
٧٧	٨٨٦٥	٨٨٧١	٨٨٧٦	٨٨٨٢	٨٨٨٧	٨٨٩٣	٨٨٩٩	٨٩٠٤	٨٩١٠	٨٩١٥	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٧٨	٨٩٢١	٨٩٢٧	٨٩٣٢	٨٩٣٨	٨٩٤٣	٨٩٤٩	٨٩٥٤	٨٩٦٠	٨٩٦٥	٨٩٧١	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٧٩	٨٩٧٦	٨٩٨٢	٨٩٨٧	٨٩٩٣	٨٩٩٨	٩٠٠٤	٩٠٠٩	٩٠١٥	٩٠٢٠	٩٠٢٥	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨٠	٩٠٣١	٩٠٣٦	٩٠٤٢	٩٠٤٧	٩٠٥٣	٩٠٥٨	٩٠٦٣	٩٠٦٩	٩٠٧٤	٩٠٧٩	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨١	٩٠٨٥	٩٠٩٠	٩٠٩٦	٩١٠١	٩١٠٦	٩١١٢	٩١١٧	٩١٢٢	٩١٢٨	٩١٣٣	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨٢	٩١٣٨	٩١٤٣	٩١٤٩	٩١٥٤	٩١٥٩	٩١٦٥	٩١٧٠	٩١٧٥	٩١٨٠	٩١٨٦	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨٣	٩١٩١	٩١٩٦	٩٢٠١	٩٢٠٦	٩٢١٢	٩٢١٧	٩٢٢٢	٩٢٢٧	٩٢٣٢	٩٢٣٨	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨٤	٩٢٤٣	٩٢٤٨	٩٢٥٣	٩٢٥٨	٩٢٦٣	٩٢٦٩	٩٢٧٤	٩٢٧٩	٩٢٨٤	٩٢٨٩	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥

تابع جدول (٢)

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	الفروق								
											١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٨٥	٩٢٩٤	٩٢٩٩	٩٣٠٤	٩٣٠٩	٩٣١٥	٩٣٢٠	٩٣٢٥	٩٣٣٠	٩٣٣٥	٩٣٤٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨٦	٩٣٤٥	٩٣٥٠	٩٣٥٥	٩٣٦٠	٩٣٦٥	٩٣٧٠	٩٣٧٥	٩٣٨٠	٩٣٨٥	٩٣٩٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٨٧	٩٣٩٥	٩٤٠٠	٩٤٠٥	٩٤١٠	٩٤١٥	٩٤٢٠	٩٤٢٥	٩٤٣٠	٩٤٣٥	٩٤٤٠	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٨٨	٩٤٤٥	٩٤٥٠	٩٤٥٥	٩٤٦٠	٩٤٦٥	٩٤٦٩	٩٤٧٤	٩٤٧٩	٩٤٨٤	٩٤٨٩	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٨٩	٩٤٩٤	٩٤٩٩	٩٥٠٤	٩٥٠٩	٩٥١٣	٩٥١٨	٩٥٢٣	٩٥٢٨	٩٥٣٣	٩٥٣٨	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٠	٩٥٤٢	٩٥٤٧	٩٥٥٢	٩٥٥٧	٩٥٦٢	٩٥٦٦	٩٥٧١	٩٥٧٦	٩٥٨١	٩٥٨٦	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩١	٩٥٩٠	٩٥٩٥	٩٦٠٠	٩٦٠٥	٩٦٠٩	٩٦١٤	٩٦١٩	٩٦٢٤	٩٦٢٨	٩٦٣٣	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٢	٩٦٣٨	٩٦٤٣	٩٦٤٧	٩٦٥٢	٩٦٥٧	٩٦٦١	٩٦٦٦	٩٦٧١	٩٦٧٥	٩٦٨٠	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٣	٩٦٨٥	٩٦٨٩	٩٦٩٤	٩٦٩٩	٩٧٠٣	٩٧٠٨	٩٧١٣	٩٧١٧	٩٧٢٢	٩٧٢٧	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٤	٩٧٣١	٩٧٣٦	٩٧٤١	٩٧٤٥	٩٧٥٠	٩٧٥٤	٩٧٥٩	٩٧٦٣	٩٧٦٨	٩٧٧٣	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٥	٩٧٧٧	٩٧٨٢	٩٧٨٦	٩٧٩١	٩٧٩٥	٩٨٠٠	٩٨٠٥	٩٨٠٩	٩٨١٤	٩٨١٨	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٦	٩٨٢٣	٩٨٢٧	٩٨٣٢	٩٨٣٦	٩٨٤١	٩٨٤٥	٩٨٥٠	٩٨٥٤	٩٨٥٩	٩٨٦٣	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٧	٩٨٦٨	٩٨٧٢	٩٨٧٧	٩٨٨١	٩٨٨٦	٩٨٩٠	٩٨٩٤	٩٨٩٩	٩٩٠٣	٩٩٠٨	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٨	٩٩١٢	٩٩١٧	٩٩٢١	٩٩٢٦	٩٩٣٠	٩٩٣٤	٩٩٣٩	٩٩٤٣	٩٩٤٨	٩٩٥٢	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٩٩	٩٩٥٦	٩٩٦١	٩٩٦٥	٩٩٦٩	٩٩٧٤	٩٩٧٨	٩٩٨٣	٩٩٨٧	٩٩٩١	٩٩٩٦	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٣	٤

جدول (٣)

جدول الأعداد المقابلة للوغاريتمات

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	الفرق								
											١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠٫٠٠	١٠٠٠	١٠٠٢	١٠٠٥	١٠٠٧	١٠٠٩	١٠١٢	١٠١٤	١٠١٦	١٠١٩	١٠٢١	٠	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢
٠٫٠١	١٠٢٣	١٠٢٦	١٠٢٨	١٠٣٠	١٠٣٣	١٠٣٥	١٠٣٨	١٠٤٠	١٠٤٢	١٠٤٥	٠	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢
٠٫٠٢	١٠٤٧	١٠٥٠	١٠٥٢	١٠٥٤	١٠٥٧	١٠٥٩	١٠٦٢	١٠٦٤	١٠٦٧	١٠٦٩	٠	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢
٠٫٠٣	١٠٧٢	١٠٧٤	١٠٧٦	١٠٧٩	١٠٨١	١٠٨٤	١٠٨٦	١٠٨٩	١٠٩١	١٠٩٤	٠	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢
٠٫٠٤	١٠٩٦	١٠٩٩	١١٠٢	١١٠٤	١١٠٧	١١٠٩	١١١٢	١١١٤	١١١٧	١١١٩	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢
٠٫٠٥	١١٢٢	١١٢٥	١١٢٧	١١٣٠	١١٣٢	١١٣٥	١١٣٨	١١٤٠	١١٤٣	١١٤٦	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢
٠٫٠٦	١١٤٨	١١٥١	١١٥٣	١١٥٦	١١٥٩	١١٦١	١١٦٤	١١٦٧	١١٦٩	١١٧٢	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢
٠٫٠٧	١١٧٥	١١٧٨	١١٨٠	١١٨٣	١١٨٦	١١٨٩	١١٩١	١١٩٤	١١٩٧	١١٩٩	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢
٠٫٠٨	١٢٠٢	١٢٠٥	١٢٠٨	١٢١١	١٢١٣	١٢١٦	١٢١٩	١٢٢٢	١٢٢٥	١٢٢٧	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢
٠٫٠٩	١٢٣٠	١٢٣٣	١٢٣٦	١٢٣٩	١٢٤٢	١٢٤٥	١٢٤٧	١٢٥٠	١٢٥٣	١٢٥٦	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢
٠٫١٠	١٢٥٩	١٢٦٢	١٢٦٥	١٢٦٨	١٢٧١	١٢٧٤	١٢٧٦	١٢٧٩	١٢٨٢	١٢٨٥	٠	١	١	١	١	٢	٢	٢	٣
٠٫١١	١٢٨٨	١٢٩١	١٢٩٤	١٢٩٧	١٣٠٠	١٣٠٣	١٣٠٦	١٣٠٩	١٣١٢	١٣١٥	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٢	١٣١٨	١٣٢١	١٣٢٤	١٣٢٧	١٣٣٠	١٣٣٤	١٣٣٧	١٣٤٠	١٣٤٣	١٣٤٦	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٢	٣
٠٫١٣	١٣٤٩	١٣٥٢	١٣٥٥	١٣٥٨	١٣٦١	١٣٦٥	١٣٦٨	١٣٧١	١٣٧٤	١٣٧٧	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٤	١٣٨٠	١٣٨٤	١٣٨٧	١٣٩٠	١٣٩٣	١٣٩٦	١٤٠٠	١٤٠٣	١٤٠٦	١٤٠٩	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٥	١٤١٣	١٤١٦	١٤١٩	١٤٢٢	١٤٢٦	١٤٢٩	١٤٣٢	١٤٣٥	١٤٣٩	١٤٤٢	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٦	١٤٤٥	١٤٤٩	١٤٥٢	١٤٥٥	١٤٥٩	١٤٦٢	١٤٦٦	١٤٦٩	١٤٧٢	١٤٧٦	١	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٧	١٤٧٩	١٤٨٣	١٤٨٦	١٤٨٩	١٤٩٣	١٤٩٦	١٥٠٠	١٥٠٣	١٥٠٧	١٥١٠	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٨	١٥١٤	١٥١٧	١٥٢١	١٥٢٤	١٥٢٨	١٥٣١	١٥٣٥	١٥٣٨	١٥٤٢	١٥٤٥	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫١٩	١٥٤٩	١٥٥٢	١٥٥٦	١٥٦٠	١٥٦٣	١٥٦٧	١٥٧٠	١٥٧٤	١٥٧٨	١٥٨١	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫٢٠	١٥٨٥	١٥٨٩	١٥٩٢	١٥٩٦	١٦٠٠	١٦٠٣	١٦٠٧	١٦١١	١٦١٤	١٦١٨	٠	١	١	١	٢	٢	٢	٣	٣
٠٫٢١	١٦٢٢	١٦٢٦	١٦٢٩	١٦٣٣	١٦٣٧	١٦٤١	١٦٤٤	١٦٤٨	١٦٥٢	١٦٥٦	٠	١	١	٢	٢	٢	٣	٣	٣
٠٫٢٢	١٦٦٠	١٦٦٣	١٦٦٧	١٦٧١	١٦٧٥	١٦٧٩	١٦٨٣	١٦٨٧	١٦٩٠	١٦٩٤	٠	١	١	٢	٢	٢	٣	٣	٣
٠٫٢٣	١٦٩٨	١٧٠٢	١٧٠٦	١٧١٠	١٧١٤	١٧١٨	١٧٢٢	١٧٢٦	١٧٣٠	١٧٣٤	٠	١	١	٢	٢	٢	٣	٣	٤
٠٫٢٤	١٧٣٨	١٧٤٢	١٧٤٦	١٧٥٠	١٧٥٤	١٧٥٨	١٧٦٢	١٧٦٦	١٧٧٠	١٧٧٤	٠	١	١	٢	٢	٢	٣	٣	٤
٠٫٢٥	١٧٧٨	١٧٨٢	١٧٨٦	١٧٩١	١٧٩٥	١٧٩٩	١٨٠٣	١٨٠٧	١٨١١	١٨١٦	٠	١	١	٢	٢	٢	٣	٣	٤
٠٫٢٦	١٨٢٠	١٨٢٤	١٨٢٨	١٨٣٢	١٨٣٧	١٨٤١	١٨٤٥	١٨٤٩	١٨٥٤	١٨٥٨	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٣	٤
٠٫٢٧	١٨٦٢	١٨٦٦	١٨٧١	١٨٧٥	١٨٧٩	١٨٨٤	١٨٨٨	١٨٩٢	١٨٩٧	١٩٠١	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٣	٤
٠٫٢٨	١٩٠٥	١٩١٠	١٩١٤	١٩١٩	١٩٢٣	١٩٢٨	١٩٣٢	١٩٣٦	١٩٤١	١٩٤٥	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٠٫٢٩	١٩٥٠	١٩٥٤	١٩٥٩	١٩٦٣	١٩٦٨	١٩٧٢	١٩٧٧	١٩٨٢	١٩٨٦	١٩٩١	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٠٫٣٠	١٩٩٥	٢٠٠٠	٢٠٠٤	٢٠٠٩	٢٠١٤	٢٠١٨	٢٠٢٣	٢٠٢٨	٢٠٣٢	٢٠٣٧	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٠٫٣١	٢٠٤٢	٢٠٤٦	٢٠٥١	٢٠٥٦	٢٠٦١	٢٠٦٥	٢٠٧٠	٢٠٧٥	٢٠٨٠	٢٠٨٤	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٠٫٣٢	٢٠٨٩	٢٠٩٤	٢٠٩٩	٢١٠٤	٢١٠٩	٢١١٣	٢١١٨	٢١٢٣	٢١٢٨	٢١٣٣	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٠٫٣٣	٢١٣٨	٢١٤٣	٢١٤٨	٢١٥٣	٢١٥٨	٢١٦٣	٢١٦٨	٢١٧٣	٢١٧٨	٢١٨٣	٠	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤
٠٫٣٤	٢١٨٨	٢١٩٣	٢١٩٨	٢٢٠٣	٢٢٠٨	٢٢١٣	٢٢١٨	٢٢٢٣	٢٢٢٨	٢٢٣٤	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٠٫٣٥	٢٢٣٩	٢٢٤٤	٢٢٤٩	٢٢٥٤	٢٢٥٩	٢٢٦٥	٢٢٧٠	٢٢٧٥	٢٢٨٠	٢٢٨٦	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٠٫٣٦	٢٢٩١	٢٢٩٦	٢٣٠١	٢٣٠٧	٢٣١٢	٢٣١٧	٢٣٢٣	٢٣٢٨	٢٣٣٣	٢٣٣٩	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٠٫٣٧	٢٣٤٤	٢٣٥٠	٢٣٥٥	٢٣٦٠	٢٣٦٦	٢٣٧١	٢٣٧٧	٢٣٨٢	٢٣٨٨	٢٣٩٣	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥

تابع جدول (٣)

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	الفروق								
											١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠،٣٨	٢٣٩٩	٢٤٠٤	٢٤١٠	٢٤١٥	٢٤٢١	٢٤٢٧	٢٤٣٢	٢٤٣٨	٢٤٤٣	٢٤٤٩	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٤	٥
٠،٣٩	٢٤٥٥	٢٤٦٠	٢٤٦٦	٢٤٧٢	٢٤٧٧	٢٤٨٣	٢٤٨٩	٢٤٩٥	٢٥٠٠	٢٥٠٦	١	١	٢	٢	٣	٣	٤	٥	٥
٠،٤٠	٢٥١٢	٢٥١٨	٢٥٢٣	٢٥٢٩	٢٥٣٥	٢٥٤١	٢٥٤٧	٢٥٥٣	٢٥٥٩	٢٥٦٤	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٥
٠،٤١	٢٥٧٠	٢٥٧٦	٢٥٨٢	٢٥٨٨	٢٥٩٤	٢٦٠٠	٢٦٠٦	٢٦١٢	٢٦١٨	٢٦٢٤	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٥
٠،٤٢	٢٦٣٠	٢٦٣٦	٢٦٤٢	٢٦٤٩	٢٦٥٥	٢٦٦١	٢٦٦٧	٢٦٧٣	٢٦٧٩	٢٦٨٥	١	١	٢	٢	٣	٤	٤	٥	٦
٠،٤٣	٢٦٩٢	٢٦٩٨	٢٧٠٤	٢٧١٠	٢٧١٦	٢٧٢٣	٢٧٢٩	٢٧٣٥	٢٧٤٢	٢٧٤٨	١	١	٢	٣	٣	٤	٤	٥	٦
٠،٤٤	٢٧٥٤	٢٧٦١	٢٧٦٧	٢٧٧٣	٢٧٨٠	٢٧٨٦	٢٧٩٣	٢٧٩٩	٢٨٠٥	٢٨١٢	١	١	٢	٣	٣	٤	٤	٥	٦
٠،٤٥	٢٨١٨	٢٨٢٥	٢٨٣١	٢٨٣٨	٢٨٤٤	٢٨٥١	٢٨٥٨	٢٨٦٤	٢٨٧١	٢٨٧٧	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٠،٤٦	٢٨٨٤	٢٨٩١	٢٨٩٧	٢٩٠٤	٢٩١١	٢٩١٧	٢٩٢٤	٢٩٣١	٢٩٣٨	٢٩٤٤	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٠،٤٧	٢٩٥١	٢٩٥٨	٢٩٦٥	٢٩٧٢	٢٩٧٩	٢٩٨٥	٢٩٩٢	٢٩٩٩	٣٠٠٦	٣٠١٣	١	١	٢	٣	٣	٤	٥	٥	٦
٠،٤٨	٣٠٢٠	٣٠٢٧	٣٠٣٤	٣٠٤١	٣٠٤٨	٣٠٥٥	٣٠٦٢	٣٠٦٩	٣٠٧٦	٣٠٨٣	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٦
٠،٤٩	٣٠٩٠	٣٠٩٧	٣١٠٥	٣١١٢	٣١١٩	٣١٢٦	٣١٣٣	٣١٤١	٣١٤٨	٣١٥٥	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٦
٠،٥٠	٣١٦٢	٣١٧٠	٣١٧٧	٣١٨٤	٣١٩٢	٣١٩٩	٣٢٠٦	٣٢١٤	٣٢٢١	٣٢٢٨	١	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٧
٠،٥١	٣٢٣٦	٣٢٤٣	٣٢٥١	٣٢٥٨	٣٢٦٦	٣٢٧٣	٣٢٨١	٣٢٨٩	٣٢٩٦	٣٣٠٤	١	٢	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧
٠،٥٢	٣٣١١	٣٣١٩	٣٣٢٧	٣٣٣٤	٣٣٤٢	٣٣٥٠	٣٣٥٧	٣٣٦٥	٣٣٧٣	٣٣٨١	١	٢	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧
٠،٥٣	٣٣٨٨	٣٣٩٦	٣٤٠٤	٣٤١٢	٣٤٢٠	٣٤٢٨	٣٤٣٦	٣٤٤٣	٣٤٥١	٣٤٥٩	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٦	٧
٠،٥٤	٣٤٦٧	٣٤٧٥	٣٤٨٣	٣٤٩١	٣٤٩٩	٣٥٠٨	٣٥١٦	٣٥٢٤	٣٥٣٢	٣٥٤٠	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٦	٧
٠،٥٥	٣٥٤٨	٣٥٥٦	٣٥٦٥	٣٥٧٣	٣٥٨١	٣٥٨٩	٣٥٩٧	٣٦٠٦	٣٦١٤	٣٦٢٢	١	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٧
٠،٥٦	٣٦٣١	٣٦٣٩	٣٦٤٨	٣٦٥٦	٣٦٦٤	٣٦٧٣	٣٦٨١	٣٦٩٠	٣٦٩٨	٣٧٠٧	١	٢	٣	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٠،٥٧	٣٧١٥	٣٧٢٤	٣٧٣٣	٣٧٤١	٣٧٥٠	٣٧٥٨	٣٧٦٧	٣٧٧٦	٣٧٨٤	٣٧٩٣	١	٢	٣	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٠،٥٨	٣٨٠٢	٣٨١١	٣٨١٩	٣٨٢٨	٣٨٣٧	٣٨٤٦	٣٨٥٥	٣٨٦٤	٣٨٧٣	٣٨٨٢	١	٢	٣	٤	٤	٥	٦	٧	٨
٠،٥٩	٣٨٩٠	٣٨٩٩	٣٩٠٨	٣٩١٧	٣٩٢٦	٣٩٣٦	٣٩٤٥	٣٩٥٤	٣٩٦٣	٣٩٧٢	١	٢	٣	٤	٥	٥	٦	٧	٨
٠،٦٠	٣٩٨١	٣٩٩٠	٣٩٩٩	٤٠٠٩	٤٠١٨	٤٠٢٧	٤٠٣٦	٤٠٤٦	٤٠٥٥	٤٠٦٤	١	٢	٣	٤	٥	٦	٦	٧	٨
٠،٦١	٤٠٧٤	٤٠٨٣	٤٠٩٣	٤١٠٢	٤١١١	٤١٢١	٤١٣٠	٤١٤٠	٤١٥٠	٤١٥٩	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠،٦٢	٤١٦٩	٤١٧٨	٤١٨٨	٤١٩٨	٤٢٠٧	٤٢١٧	٤٢٢٧	٤٢٣٦	٤٢٤٦	٤٢٥٦	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠،٦٣	٤٢٦٦	٤٢٧٦	٤٢٨٥	٤٢٩٥	٤٣٠٥	٤٣١٥	٤٣٢٥	٤٣٣٥	٤٣٤٥	٤٣٥٥	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠،٦٤	٤٣٦٥	٤٣٧٥	٤٣٨٥	٤٣٩٥	٤٤٠٦	٤٤١٦	٤٤٢٦	٤٤٣٦	٤٤٤٦	٤٤٥٧	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠،٦٥	٤٤٦٧	٤٤٧٧	٤٤٨٧	٤٤٩٨	٤٥٠٨	٤٥١٩	٤٥٢٩	٤٥٣٩	٤٥٥٠	٤٥٦٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠،٦٦	٤٥٧١	٤٥٨١	٤٥٩٢	٤٦٠٣	٤٦١٣	٤٦٢٤	٤٦٣٤	٤٦٤٥	٤٦٥٦	٤٦٦٧	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩	١٠
٠،٦٧	٤٦٧٧	٤٦٨٨	٤٦٩٩	٤٧١٠	٤٧٢١	٤٧٣٢	٤٧٤٢	٤٧٥٣	٤٧٦٤	٤٧٧٥	١	٢	٣	٤	٥	٧	٨	٩	١٠
٠،٦٨	٤٧٨٦	٤٧٩٧	٤٨٠٨	٤٨١٩	٤٨٣١	٤٨٤٢	٤٨٥٣	٤٨٦٤	٤٨٧٥	٤٨٨٧	١	٢	٣	٤	٦	٧	٨	٩	١٠
٠،٦٩	٤٨٩٨	٤٩٠٩	٤٩٢٠	٤٩٣٢	٤٩٤٣	٤٩٥٥	٤٩٦٦	٤٩٧٧	٤٩٨٩	٥٠٠٠	١	٢	٣	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٠،٧٠	٥٠١٢	٥٠٢٣	٥٠٣٥	٥٠٤٧	٥٠٥٨	٥٠٧٠	٥٠٨٢	٥٠٩٣	٥١٠٥	٥١١٧	١	٢	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١١
٠،٧١	٥١٢٩	٥١٤٠	٥١٥٢	٥١٦٤	٥١٧٦	٥١٨٨	٥٢٠٠	٥٢١٢	٥٢٢٤	٥٢٣٦	١	٢	٤	٥	٦	٧	٨	١٠	١١
٠،٧٢	٥٢٤٨	٥٢٦٠	٥٢٧٢	٥٢٨٤	٥٢٩٧	٥٣٠٩	٥٣٢١	٥٣٣٣	٥٣٤٦	٥٣٥٨	١	٢	٤	٥	٦	٧	٩	١٠	١١
٠،٧٣	٥٣٧٠	٥٣٨٣	٥٣٩٥	٥٤٠٨	٥٤٢٠	٥٤٣٣	٥٤٤٥	٥٤٥٨	٥٤٧٠	٥٤٨٣	١	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٠	١١
٠،٧٤	٥٤٩٥	٥٥٠٨	٥٥٢١	٥٥٣٤	٥٥٤٦	٥٥٥٩	٥٥٧٢	٥٥٨٥	٥٥٩٨	٥٦١٠	١	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٠	١٢

تابع جدول (٣)

	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	الفروق								
											١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
٠,٧٥	٥٦٢٣	٥٦٣٦	٥٦٤٩	٥٦٦٢	٥٦٧٥	٥٦٨٩	٥٧٠٢	٥٧١٥	٥٧٢٨	٥٧٤١	١	٣	٤	٥	٧	٨	٩	١٠	١٢
٠,٧٦	٥٧٥٤	٥٧٦٨	٥٧٨١	٥٧٩٤	٥٨٠٨	٥٨٢١	٥٨٣٤	٥٨٤٨	٥٨٦١	٥٨٧٥	١	٣	٤	٥	٧	٨	٩	١١	١٢
٠,٧٧	٥٨٨٨	٥٩٠٢	٥٩١٦	٥٩٢٩	٥٩٤٣	٥٩٥٧	٥٩٧٠	٥٩٨٤	٥٩٩٨	٦٠١٢	١	٣	٤	٥	٧	٨	١٠	١١	١٢
٠,٧٨	٦٠٢٦	٦٠٣٩	٦٠٥٣	٦٠٦٧	٦٠٨١	٦٠٩٥	٦١٠٩	٦١٢٤	٦١٣٨	٦١٥٢	١	٣	٤	٦	٧	٨	١٠	١١	١٣
٠,٧٩	٦١٦٦	٦١٨٠	٦١٩٤	٦٢٠٩	٦٢٢٣	٦٢٣٧	٦٢٥٢	٦٢٦٦	٦٢٨١	٦٢٩٥	١	٣	٤	٦	٧	٩	١٠	١١	١٣
٠,٨٠	٦٣١٠	٦٣٢٤	٦٣٣٩	٦٣٥٣	٦٣٦٨	٦٣٨٣	٦٣٩٧	٦٤١٢	٦٤٢٧	٦٤٤٢	١	٣	٤	٦	٧	٩	١٠	١٢	١٣
٠,٨١	٦٤٥٧	٦٤٧١	٦٤٨٦	٦٥٠١	٦٥١٦	٦٥٣١	٦٥٤٦	٦٥٦١	٦٥٧٧	٦٥٩٢	٢	٣	٥	٦	٨	٩	١١	١٢	١٤
٠,٨٢	٦٦٠٧	٦٦٢٢	٦٦٣٧	٦٦٥٣	٦٦٦٨	٦٦٨٣	٦٦٩٩	٦٧١٤	٦٧٣٠	٦٧٤٥	٢	٣	٥	٦	٨	٩	١١	١٢	١٤
٠,٨٣	٦٧٦١	٦٧٧٦	٦٧٩٢	٦٨٠٨	٦٨٢٣	٦٨٣٩	٦٨٥٥	٦٨٧١	٦٨٨٧	٦٩٠٢	٢	٣	٥	٦	٨	٩	١١	١٣	١٤
٠,٨٤	٦٩١٨	٦٩٣٤	٦٩٥٠	٦٩٦٦	٦٩٨٢	٦٩٩٨	٧٠١٥	٧٠٣١	٧٠٤٧	٧٠٦٣	٢	٣	٥	٦	٨	١٠	١١	١٣	١٥
٠,٨٥	٧٠٧٩	٧٠٩٦	٧١١٢	٧١٢٩	٧١٤٥	٧١٦١	٧١٧٨	٧١٩٤	٧٢١١	٧٢٢٨	٢	٣	٥	٧	٨	١٠	١٢	١٣	١٥
٠,٨٦	٧٢٤٤	٧٢٦١	٧٢٧٨	٧٢٩٥	٧٣١١	٧٣٢٨	٧٣٤٥	٧٣٦٢	٧٣٧٩	٧٣٩٦	٢	٣	٥	٧	٨	١٠	١٢	١٣	١٥
٠,٨٧	٧٤١٣	٧٤٣٠	٧٤٤٧	٧٤٦٤	٧٤٨٢	٧٤٩٩	٧٥١٦	٧٥٣٤	٧٥٥١	٧٥٦٨	٢	٣	٥	٧	٩	١٠	١٢	١٤	١٦
٠,٨٨	٧٥٨٦	٧٦٠٣	٧٦٢١	٧٦٣٨	٧٦٥٦	٧٦٧٤	٧٦٩١	٧٧٠٩	٧٧٢٧	٧٧٤٥	٢	٤	٥	٧	٩	١١	١٢	١٤	١٦
٠,٨٩	٧٧٦٢	٧٧٨٠	٧٧٩٨	٧٨١٦	٧٨٣٤	٧٨٥٢	٧٨٧٠	٧٨٨٩	٧٩٠٧	٧٩٢٥	٢	٤	٥	٧	٩	١١	١٣	١٤	١٦
٠,٩٠	٧٩٤٣	٧٩٦٢	٧٩٨٠	٧٩٩٨	٨٠١٧	٨٠٣٥	٨٠٥٤	٨٠٧٢	٨٠٩١	٨١١٠	٢	٤	٦	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٧
٠,٩١	٨١٢٨	٨١٤٧	٨١٦٦	٨١٨٥	٨٢٠٤	٨٢٢٢	٨٢٤١	٨٢٦٠	٨٢٧٩	٨٢٩٩	٢	٤	٦	٨	٩	١١	١٣	١٥	١٧
٠,٩٢	٨٣١٨	٨٣٣٧	٨٣٥٦	٨٣٧٥	٨٣٩٥	٨٤١٤	٨٤٣٣	٨٤٥٣	٨٤٧٢	٨٤٩٢	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٥	١٧
٠,٩٣	٨٥١١	٨٥٣١	٨٥٥١	٨٥٧٠	٨٥٩٠	٨٦١٠	٨٦٣٠	٨٦٥٠	٨٦٧٠	٨٦٩٠	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٠,٩٤	٨٧١٠	٨٧٣٠	٨٧٥٠	٨٧٧٠	٨٧٩٠	٨٨١٠	٨٨٣١	٨٨٥١	٨٨٧٢	٨٨٩٢	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
٠,٩٥	٨٩١٣	٨٩٣٣	٨٩٥٤	٨٩٧٤	٨٩٩٥	٩٠١٦	٩٠٣٦	٩٠٥٧	٩٠٧٨	٩٠٩٩	٢	٤	٦	٨	١٠	١٢	١٥	١٧	١٩
٠,٩٦	٩١٢٠	٩١٤١	٩١٦٢	٩١٨٣	٩٢٠٤	٩٢٢٦	٩٢٤٧	٩٢٦٨	٩٢٩٠	٩٣١١	٢	٤	٦	٨	١١	١٣	١٥	١٧	١٩
٠,٩٧	٩٣٣٣	٩٣٥٤	٩٣٧٦	٩٣٩٧	٩٤١٩	٩٤٤١	٩٤٦٢	٩٤٨٤	٩٥٠٦	٩٥٢٨	٢	٤	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٧	٢٠
٠,٩٨	٩٥٥٠	٩٥٧٢	٩٥٩٤	٩٦١٦	٩٦٣٨	٩٦٦١	٩٦٨٣	٩٧٠٥	٩٧٢٧	٩٧٥٠	٢	٤	٧	٩	١١	١٣	١٦	١٨	٢٠
٠,٩٩	٩٧٧٢	٩٧٩٥	٩٨١٧	٩٨٤٠	٩٨٦٣	٩٨٨٦	٩٩٠٨	٩٩٣١	٩٩٥٤	٩٩٧٧	٢	٥	٧	٩	١١	١٤	١٦	١٨	٢٠

أعداد عشوائية

٠٥١٩٢٩٩١٧٢	٧٣٦٥٢٠٨٨٣٦	١٠٥١١٩٧٦٤٢	٩٧٨٢١٠٥٠٨٤
١٧٩١٠٣٥٠٤٢	٤٩٨٣١٢١٨٣٣	٦٤٩٤٤٣١٨٥٦	٥٨٩٢٩٥٢٢٣١
٣٥٧٩٩٧٩٤٩٣	٢٧١٧٧٥٠٧٢٤	٠٠٩٤٥٩٧٠٥٨	٩٧٦٨٦٤٥١٨٩
٠٠٦٧٢٦٣١٩٦	٧١٥٦٤٤٩٢٣٧	٥٦٤٣٤٦٤٣٨٠	٣٦٩٠٣٣٧٨٠٤
٢٤١١٠٣٠٤٧٢	٧٥٢٧١١٨٧٢٦	٣٨٤٦١٤٣٩٦٦	٤٠٣٥٥٣٠٧٠٥
٢٨٦٨١٥٥٢٤٣	١٦٢٩٦٦٨٨٤٢	٠٥٧٧١٧٥٦٣٦	٥٥٠٠٥١٨١٢٤
١٤٩٦٦٧٦٢٣٧	٨٩٤٠٠٦٣٢٥١	٥٤٥٣٧٧٢٠٧١	٣٧٣٨٠١١٢٣٦
٩١١٠٦٠٧٣٨١	٥٩٦٦٦٦٥٤٨٠	٠٧٤٩٩٨١٨٦٨	٢٢٤٧٦٠٥١٩٣
٩٣٦٢٥٢٦٥٨٠	٩٢٠٩٦٥٦٩٩٧	٢٨٦٥٩١١٦٨٦	٦٨١٩١٣٥٠٤٢
٣١٥١٥٤٢٤٥٨	٤٩٠٢٠١١٨٧٧	٠٠٨١١٣٩٨٣٦	٣٣٠٩٧٩٣٨٨٧
٦٥٧٠١١٩١٦٧	٥٨١٩٤٧٠٩٢٦	٠٧٤٨٥٥٧٦٥٣	٧٤٦٤١٢٠٨٤٧
٦٧٧٥٥٨٠٦٠٣	٩١٥٦٨٦٩٨٨٥	٧٩٨٥٤٩٧٨١٧	٠٤٠٧٣٨٨٨٤٩
١٧٩٩٧٨٩٨٠٤	٨٣٨٥٦٦١٠٩٥	٩٩٦٩٩٦,٦٩٥	٥٦٠٣٧٩٢٦٦٠
٧٠٥٥٢٦٠٢٣٤	٣٧٦١١٣٣٩٧٩	١٦٠٧٤٥٠١٩٣	٤٢٠٠٥٨٨٨٣٨
٠٣٨٨٥٩٧١٣٨	٢٧١٥٦٨٩٦٨٣	٤٠٥٨٩٨٧٩٣٧	١٩٨٦٢٢١٥٤٩
٣٩١٠٠٣٦٨١٧	٧١١٢٣٥١٩٤٦	٣٨٣٠٠٣٤٩٦٤	٤٩٥١١٥٦٠٤٤
٩٧٦٥٧٩٧٢٨٣	٧٥١٩٤٩١٠٨٤	٠٩٦٥٦٤٢٠٦٩	٥٦٦٤٠١٣٧٥٧
٠٢٥٩٨٦٠٠٢٧	٩١١٠٢٠٨٦٦٥	٦٤١١٧٥٦١١٩	١١٩١٨٤٧٢٤٤
٤٠٢٩٩٣٤٢٨٣	٦٥٣٧٤٤٠٤٠٠	٣١١٠٣٣٢٤٣٠	٣٦٠٤٩٩٦٨٣٦
٥٩٩٧٤٥١٣٨٥	٠١٣٩٤٨٤٧٥٩	٥٠١٧٢٥٠٩٥٨	٧٢١٤٤٤٦٦٥١
١٤١٧٤٨٩٥٥٨	٩٧٧٦٦٤٤٧١٧	٧٦١٧٩٥٩٨٨٣	٦٣٧١٢٥٩٨٩٢
٣١٥٥٤٧٠٤٠٧	٢٤٧٨٤٤٤٧٣٢	٦٥٦٦١٦٢٩٤٤	٩٣١٦١٠١٧٢٠
٢٢٩٥٥٠٨٣٩٧	٥٥٧٦٤١٩٣٧٢	٨٦١٥٤١٨٨٥٩	٣٧٧٥٨٧٦٦٧٥
٥١٨٦٠٦٥٦٩٧	٩١٠٣٥٢٦٨٠٣	٩٥٣٦١٣٧٤٩٥	٠٣٠٨٨٨٤١٧٦
٠١٩٦٥٠٣٠٤٢	٥٩٠٩٢٥٨٦٣٣	٠١٠٢١٤٨٠٢١	٥٨٠٤٠٦٥٨٧٠

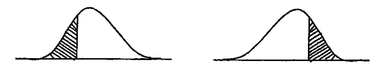
أعداد عشوائية

١٧٩٢٨٤٦٠٠٠	٣٠٦١٢١١٤٥٣	٧٠٥٣٧٢٩٨٢٢	٣٨٥٣٤٠٥٢٣٢
١٥٢١٧٤١٢٣٥	٠٧٦١٧١٤٦٠١	٠٦٦٩٨٤٧٩٤٨	١٩٩٧٧٥٩٥٠٨
٠١٠٢٧٥١٥٥٤	٢٢٨٠٥٦٧٧٦٣	٣٤٨١٩٧٩٤٨١	٤٢١٤١٤١٠٤٢
٨٨١٩٤٧٦٢١٩	٩٧٢٥٦٦١٢٠٨	١٠٠٣٤٢٣٣٥٩	٠٠٠٢٥٣٠٢٤٩
٧٣٧٢١٦٧٧٩٩	١٨٤٢٦٦٤٤١٧	٣٤٨٨٥٧٩٠٧٣	٣٠٣٧٩٤٥٦٧٦
٢٧٦١٦٤٧٦٠٦	٢٦١٤٠٧١١٣٨	١٨٦٤٠٨١٠٨٧	٤٧٩٨٢٠٤٦٠٢
٣٥٢٠٤٢٠٠٤٠	٧٠٦٧٨٤١٥٣٣	٥١٦٠٨٩٩٠٨١	٢٧٢١٥٦٨٦٢٩
٦٥٦٧٤٢٧٩٢٦	٨٩٩٥٩٩٥٢١٧	٤٨٧٧٠٣٤٠٦٣	٦٨٣٩٥٥٢٩٩٦
٢٦٧٥١٧٨٣٥٢	٧٥٥٢٨٥٥٠٧٠	٦٧٣١٠٦٢٣٢١	١٨٨٥١٤٦٨١٨
٣٦٩٣٢٣٧٨٥٣	٤٤٣٣٨٧١٦٠٥	٨٨١٨٥٠٣٠٢٠	٦٨٧٩١٨٦٥٩٦
٨٤٨٥٥٢٢٠٥٤	٥٣٣٦٦٤٧٨٨٦	٣٠٧٥١٩٠٤٦٩	٥٩٤٢٩٨٧١٤١
٢٤٧٩٣١٨٣٤٩	٠٣٧١٣٨٣٩٣٩	٣١٨٢٩٧٦٥٢٨	١٧١٠٨٦٠٨٩٩
٣٧١٥١٣٩٤٤٦	٤٢٤٠٩٥٥٩١١	٤٥٤٧٨٥٩٢٧١	٣٠٣٩٦٩٢١٠٨
٧٧٦٠٩١٠١٢٢	٦٢٥٢٥٤٣٦٠٢	٨٥٠٩٠٢٦٧١٣	٦٦١٥٨٩٦٤١٦
٠٩٣٨٨١٩٤٨١	٢٦٨٠٠١١٧٩٩	٤٦٠٤٦٠٣٨٧٥	٢٧٨١٧٩٠٦٢٣
٣١١٩١٢١١٤٧	٥٣٦٧٥٧٧٢٣٨	٠٣١٦٧٠٠٩٨٩	٠٤٠١٢٣٦٢٣٢
٨٨٣٣٥٢٧٤٥٣	٢٩٩٠٦٠٦٩٣٣	٩٦٩٢٢٣١٣٦٠	٧٩٥٦٩٢٨٤٤٥
٤٢٧١٩٠٧٨٦٩	٣٦٧٨٦٨٣٣٠٤	٤٤٧٤٣٨٨٢٦٣	٣٦٢٩٧٦٧٣٤٥
٢٥٣٠٢٦٢٧٣٨	٠٤٥٢٧٥٨٧٣٣	٠٢٢٤٣٢٥٨٠٤	٧٩٩١٣١٨٢٠٢
٢٤٩٤٨٤٨٠٢٨	٣٥٣٩٩٠٦٠٠١	١٧٣٨٨٤٩٤٢٧	١٧٩٠٩٧٤٤٣٣
٣٣٨٩٥٩٩٠٢٧	٨٥٠٩٣٧٨٨٤	٥١٣١١٢٧٩٦٥	٦٥٩٦٧٣٥٦١٢
٧٨١٢٠٠٣٤٨٣	٤٤٢١٧١٠٥١٨	٢٩٦٢١٦٣٠٥٤	٣٦٩٧٤٤٠١٥٥
٤٨٠٦٤٩٠٥٧٥	٤٥٩٤٤٦٤٣٩٠	٢٥٧٦٢١٥٢١١	٩٥٠٦٥٣٦٠٦٤
٥٦٣٤٢٠٤٠٠٩	١٨٤٠٧٤٠٠٨٩	١٦٣٠٦٠٧٢٤٥	٧٠٢٩٣٩٢٦٣٦
٤١٦٨٨٩١٦٩٢	٤٣٢٠٩٤٤٧١٠	٤٨١٧١٧٩٩٨٣	٤٠٨٤٧٤٢٢٢٧

جدول (٣)

توزيع ت

هذا الجدول يعطى المساحة المظللة كالآتى :



درجات الحرية	ت (٠,٠٠٥)	ت (٠,٠١)	ت (٠,٠٢٥)	ت (٠,٠٥)	ت (٠,١)
١	٦٣,٦٦	٣١,٨٢	١٢,٧١	٦,٣١	٣,٠٨
٢	٩,٩٢	٦,٩٦	٤,٣٠	٢,٩٢	١,٨٩
٣	٥,٨٤	٤,٥٤	٣,١٨	٢,٣٥	١,٦٤
٤	٤,٦٠	٣,٧٥	٢,٧٨	٢,١٣	١,٥٣
٥	٤,٠٣	٣,٣٦	٢,٥٧	٢٠,٠٢	١,٤٨
٦	٣,٧١	٣,١٤	٢,٤٥	١,٩٤	١,٤٤
٧	٣,٥٠	٣,٠٠	٢,٣٦	١,٩٠	١,٤٢
٨	٣,٣٦	٢,٩٠	٢,٣١	١,٨٦	١,٤٠
٩	٣,٢٥	٢,٨٢	٢,٢٦	١,٨٣	١,٣٨
١٠	٣,١٧	٢,٧٦	٢,٢٣	١,٨١	١,٣٧
١١	٣,١١	٢,٧٢	٢,٢٠	١,٨٠	١,٣٦
١٢	٣,٠٦	٢,٦٨	٢,١٨	١,٧٨	١,٣٦
١٣	٣,٠١	٢,٦٥	٢,١٦	١,٧٧	١,٣٥
١٤	٢,٩٨	٢,٦٢	٢,١٤	١,٧٦	١,٣٤
١٥	٢,٩٥	٢,٦٠	٢,١٣	١,٧٥	١,٣٤

تابع جدول (٣)

درجات الحرية	ت (٠,٠٠٥)	ت (٠,٠١)	ت (٠,٠٢٥)	ت (٠,٠٥)	ت (٠,١)
١٦	٢,٩٢	٢,٥٨	٢,١٢	١,٧٥	١,٣٤
١٧	٢,٩٠	٢,٥٧	٢,١١	١,٧٤	١,٣٣
١٨	٢,٨٨	٢,٥٥	٢,١٠	١,٧٣	١,٣٣
١٩	٢,٨٦	٢,٥٤	٢,٠٩	١,٧٣	١,٣٣
٢٠	٢,٨٤	٢,٥٣	٢,٠٩	١,٧٢	١,٣٢
٢١	٢,٨٣	٢,٥٢	٢,٠٨	١,٧٢	١,٣٢
٢٢	٢,٨٢	٢,٥١	٢,٠٧	١,٧٢	١,٣٢
٢٣	٢,٨١	٢,٥٠	٢,٠٧	١,٧١	١,٣٢
٢٤	٢,٨٠	٢,٤٩	٢,٠٩	١,٧١	١,٣٢
٢٥	٢,٧٩	٢,٤٨	٢,٠٦	١,٧١	١,٣٢
٢٦	٢,٧٨	٢,٤٨	٢,٠٦	١,٧١	١,٣٢
٢٧	٢,٧٧	٢,٤٧	٢,٠٥	١,٧٠	١,٣١
٢٨	٢,٧٦	٢,٤٧	٢,٠٥	١,٧٠	١,٣١
٢٩	٢,٧٦	٢,٤٦	٢,٠٤	١,٧٠	١,٣١
٣٠	٢,٧٥	٢,٤٦	٢,٠٤	١,٧٠	١,٣١

ملحوظة :

عندما تكون درجات الحرية أكبر من ٣٠ يستخدم المنحنى المعتدل.

مثال :

ت (٥ ، ٠,٠١) = ٣,٣٦

ت (٢٩ ، ٠,٠٥) = ١,٧

تابع جدول (٣)

درجات الحرية	ت (٠,٢)	ت (٠,٢٥)	ت (٠,٣٠)	ت (٠,٤٠)	ت (٠,٤٥)
١	١,٣٧٦	١,٠٠٠	٠,٧٢٧	٠,٣٢٥	٠,١٥٨
٢	١,٠٦١	٠,٨١٦	٠,٦١٧	٠,٢٨٩	٠,١٤٢
٣	٠,٩٧٨	٠,٧٦٥	٠,٨٥٤	٠,٢٧٧	٠,١٣٧
٤	٠,٩٤١	٠,٧٤١	٠,٥٦٩	٠,٢٧١	٠,١٣٤
٥	٠,٩٢٠	٠,٧٢٧	٠,٥٥٩	٠,٢٦٧	٠,١٣٢
٦	٠,٩٠٦	٠,٧١٨	٠,٥٥٣	٠,٢٦٥	٠,١٣١
٧	٠,٨٩٦	٠,٧١١	٠,٥٤٩	٠,٢٦٣	٠,١٣٠
٨	٠,٨٨٩	٠,٧٠٦	٠,٥٤٦	٠,٢٦٢	٠,١٣٠
٩	٠,٨٨٣	٠,٧٠٣	٠,٥٤٣	٠,٢٦١	٠,١٢٩
١٠	٠,٨٧٩	٠,٧٠٠	٠,٥٤٢	٠,٢٦٠	٠,١٢٩
١١	٠,٨٧٦	٠,٦٩٧	٠,٥٤٠	٠,٢٦٠	٠,١٢٩
١٢	٠,٨٧٣	٠,٦٩٥	٠,٥٣٩	٠,٢٥٩	٠,١٢٨
١٣	٠,٨٧٠	٠,٦٩٤	٠,٥٣٨	٠,٢٥٩	٠,١٢٨
١٤	٠,٨٦٨	٠,٦٩٢	٠,٥٣٧	٠,٢٥٨	٠,١٢٨
١٥	٠,٨٦٦	٠,٦٩١	٠,٥٣٦	٠,٢٥٨	٠,١٢٨
١٦	٠,٨٦٥	٠,٦٩٠	٠,٥٣٥	٠,٢٥٨	٠,١٢٨
١٧	٠,٨٦٣	٠,٦٨٩	٠,٥٣٤	٠,٢٥٧	٠,١٢٨
١٨	٠,٨٦٢	٠,٦٨٨	٠,٥٣٤	٠,٢٥٧	٠,١٢٧
١٩	٠,٨٦١	٠,٦٨٨	٠,٥٣٣	٠,٢٥٧	٠,١٢٧
٢٠	٠,٨٦٠	٠,٦٨٧	٠,٥٣٣	٠,٢٥٧	٠,١٢٧
٢١	٠,٨٥٩	٠,٦٨٦	٠,٥٣٢	٠,٢٥٧	٠,١٢٧
٢٢	٠,٨٥٨	٠,٦٨٦	٠,٥٣٢	٠,٢٥٦	٠,١٢٧

تابع جدول (٣)

درجات الحرية	ت (٠,٢)	ت (٠,٢٥)	ت (٠,٣٠)	ت (٠,٤٠)	ت (٠,٤٥)
٢٣	٠,٨٥٨	٠,٦٨٥	٠,٥٣٢	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٢٤	٠,٨٥٧	٠,٦٨٥	٠,٥٣١	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٢٥	٠,٨٥٦	٠,٦٨٤	٠,٥٣١	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٢٦	٠,٨٥٦	٠,٦٨٤	٠,٥٣١	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٢٧	٠,٨٥٥	٠,٦٨٤	٠,٥٣١	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٢٨	٠,٨٥٥	٠,٦٨٣	٠,٥٣٠	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٢٩	٠,٨٥٤	٠,٦٨٣	٠,٥٣٠	٠,٢٥٦	٠,١٢٧
٣٠	٠,٨٥٤	٠,٦٨٣	٠,٥٣٠	٠,٢٥٦	٠,١٢٧

ملحوظة :

عندما تكون درجات الحرية أكبر من ٣٠ يستخدم جدول المنحنى المعتدل.

مثال :

ت (١٠ ، ٠,٤) = ٠,٢٦

ت (٢٧ ، ٠,٢٥) = ٠,٦٨٤

جدول (٤)

توزيع كا^{٢}

هذا الجدول يعطى المساحة المظللة كالآتى :



درجات الحرية	كا^{٢} (٠,٠٠٥)	كا^{٢} (٠,٠١)	كا^{٢} (٠,٠٢٥)	كا^{٢} (٠,٠٥)	كا^{٢} (٠,١)	كا^{٢} (٠,٠٢٥)	كا^{٢} (٠,٠٥)
١	٧,٨٨	٦,٦٣	٥,٠٢	٣,٨٤	٢,٧١	١,٣٢	٠,٤٥٥
٢	١٠,٦٠	٩,٢١	٧,٣٨	٥,٩٩	٤,٦١	٢,٧٧	١,٣٩٠
٣	١٢,٨٠	١١,٣٠	٩,٣٥	٧,٨١	٦,٢٥	٤,١١	٢,٣٧
٤	١٤,٩	١٣,٣٠	١١,١٠	٩,٤٩	٧,٧٨	٥,٣٩	٣,٣٦
٥	١٦,٧٠	١٥,١٠	١٢,٨٠	١١,١٠	٩,٢٤	٦,٦٣	٤,٣٥
٦	١٨,٥٠	١٦,٨٠	١٤,٤٠	١٢,٦٠	١٠,٦٠	٧,٨٤	٥,٣٥
٧	٢٠,٣٠	١٨,٥٠	١٦,٠٠	١٤,١٠	١٢,٠٠	٩,٠٤	٦,٣٥
٨	٢٢,٠٠	٢٠,١٠	١٧,٥٠	١٥,٥٠	١٣,٤٠	١٠,٢٠	٧,٣٤
٩	٢٣,٦٠	٢١,٧٠	١٩,٠٠	١٦,٩٠	١٤,٧٠	١١,٤٠	٨,٣٤
١٠	٢٥,٢٠	٢٣,٢٠	٢٠,٥٠	١٨,٣٠	١٦,٠٠	١٢,٥٠	٩,٣٤
١١	٢٦,٨٠	٢٤,٧٠	٢١,٩٠	١٩,٧٠	١٧,٣٠	١٣,٧٠	١٠,٣٠
١٢	٢٨,٣٠	٢٦,٣٠	٢٣,٣٠	٢١,٠٠	١٨,٥٠	١٤,٨٠	١١,٣٠
١٣	٢٩,٨٠	٢٧,٧٠	٢٤,٧٠	٢٢,٤٠	١٩,٨٠	١٦,٠٠	١٢,٣٠
١٤	٣١,٣٠	٢٩,١٠	٢٦,١٠	٢٣,٧٠	٢١,١٠	١٧,١٠	١٣,٣٠
١٥	٣٢,٨٠	٣٠,٦٠	٢٧,٥٠	٢٥,٠٠	٢٢,٣٠	١٨,٢٠	١٤,٣٠

تابع جدول (٤)

درجات الحرية	كا² (٠,٠٠٥)	كا² (٠,٠١)	كا² (٠,٠٢٥)	كا² (٠,٠٥)	كا² (٠,١)	كا² (٠,٠٢٥)	كا² (٠,٠٥)
١٦	٣٤,٣	٣٢,٠	٢٨,٨	٢٦,٣	٢٣,٥	١٩,٤	١٥,٣
١٧	٣٥,٧	٣٣,٤	٣٠,٢	٢٧,٦	٢٤,٨	٢٠,٥	١٦,٣
١٨	٣٧,٢	٣٤,٨	٣١,٥	٢٨,٩	٢٦,٠	٢١,٦	١٧,٣
١٩	٣٩,٦	٣٦,٢	٣٢,٩	٣٠,١	٢٧,٣	٢٢,٧	١٨,٣
٢٠	٤٠,٠	٣٧,٦	٣٤,٢	٣١,٤	٢٨,٤	٢٣,٨	١٩,٣
٢١	٤١,٤	٣٨,٩	٣٥,٥	٣٢,٧	٢٩,٦	٢٤,٩	٢٠,٣
٢٢	٤٢,٨	٤٠,٣	٣٦,٨	٣٣,٩	٣٠,٨	٢٦,٠	٢١,٣
٢٣	٤٤,٢	٤١,٦	٣٨,١	٣٥,٢	٣٢,٠	٢٧,١	٢٢,٣
٢٤	٤٥,٦	٤٣,٠	٣٩,٤	٣٦,٤	٣٣,٢	٢٨,٢	٢٣,٣
٢٥	٤٦,٩	٤٤,٣	٤٠,٦	٣٧,٧	٣٤,٤	٢٩,٣	٢٤,٣
٢٦	٤٨,٣	٤٥,٦	٤١,٩	٣٨,٩	٣٥,٦	٣٠,٤	٢٥,٣
٢٧	٤٩,٦	٤٧,٠	٤٣,٠	٤٠,١	٣٦,٧	٣١,٥	٢٦,٣
٢٨	٥١,٠	٤٨,٣	٤٤,٥	٤١,٣	٣٧,٩	٣٢,٦	٢٧,٣
٢٩	٥٢,٣	٤٩,٦	٤٥,٧	٤٢,٦	٣٩,١	٣٣,٧	٢٨,٣
٣٠	٥٣,٧	٥٠,٩	٤٧,٠	٤٣,٨	٤٠,٣	٣٤,٨	٢٩,٣

ملحوظة :

يستخدم جدول المنحنى المعتدل عندما تكون درجات الحرية أكبر من ٣٠.

المتغير ($\sqrt{٢كا^٢} - \sqrt{٢ن - ١}$) يتوزع توزيعاً معتدلاً عيارياً.

مثال :

$كا^٢_{(٠,١ ، ١٠)} = ١٦$

$كا^٢_{(٠,٢٥ ، ٢٥)} = ٢٩,٣$

تابع جدول (٤)

درجات الحرية	كا٢ (٠.٧٥)	كا٢ (٠.٦٠)	كا٢ (٠.٩٥)	كا٢ (٠.٩٧٥)	كا٢ (٠.٩٩)	كا٢ (٠.٩٩٥)
١	٠,١٠٢	٠,١٥٨	٠,٠٣٩	٠,٠٠١	٠,٠٠٢	٠,٠٠٠
٢	٠,٥٧٥	٠,٢١١	٠,١٠٣	٠,٥٠٦	٠,٠٢٠	٠,٠١٠
٣	١,٢١٠	٠,٥٨٤	٠,٣٥٢	٠,٢١٦	٠,١١٥	٠,٠٧٢
٤	١,٩٢٠	١,٠٦٠	٠,٧١١	٠,٤٨٤	٠,٢٩٧	٠,٢٠٧
٥	٢,٦٧٠	١,٦١٠	١,١٥٠	٠,٨٣١	٠,٥٥٤	٠,٤١٢
٦	٣,٤٥٠	٢,٢٠٠	١,٦٤٠	١,٢٤٠	٠,٨٧٢	٠,٦٧٦
٧	٤,٢٥٠	٢,٨٣٠	٢,١٧٠	١,٦٩٠	١,٢٤٠	٠,٩٨٩
٨	٥,٠٧٠	٣,٤٩٠	٢,٧٣٠	٢,١٨٠	١,٦٥٠	١,٣٤٠
٩	٥,٩٠٠	٤,١٧٠	٣,٣٣٠	٢,٧٠٠	٢,٠٩٠	١,٧٣٠
١٠	٦,٧٤٠	٤,٨٨٧٠	٣,٩٤٠	٣,٢٥٠	٢,٥٦٠	٢,١٦٠
١١	٧,٥٨٠	٥,٥٨٠	٤,٥٧٠	٣,٨٢٠	٣,٠٥٠	٢,٦٠٠
١٢	٨,٤٤٠	٦,٣٠٠	٥,٢٣٠	٤,٤٠٠	٣,٥٧٠	٣,٠٧٠
١٣	٩,٣٠٠	٧,٠٤٠	٥,٨٩٠	٤,٠١٠	٤,١١٠	٣,٥٧٠
١٤	١٠,٢٠٠	٧,٧٩٠	٦,٥٧٠	٥,٦٣٠	٤,٦٦٠	٤,٠٧٠
١٥	١١,٠٠٠	٨,٥٥٠	٧,٢٦٠	٦,٢٦٠	٥,٢٣٠	٤,٦٠٠
١٦	١١,٩٠٠	٩,٣١٠	٧,٩٦٠	٦,٩١٠	٥,٨١٠	٥,١٤٠
١٧	١٢,٨٠٠	١٠,١٠٠	٨,٦٧٠	٧,٥٦٠	٦,٤١٠	٥,٧٠٠
١٨	١٣,٧٠٠	١٠,٩٠٠	٩,٣٩٠	٨,٢٣٠	٧,٠١٠	٦,٢٦٠
١٩	١٤,٦٠٠	١١,٧٠٠	١٠,١٠٠	٨,٩١٠	٧,٦٣٠	٦,٨٤٠
٢٠	١٥,٥٠٠	١٢,٤٠٠	١٠,٩٠٠	٩,٥٩٠	٨,٢٦٠	٧,٤٣٠

تابع جدول (٤)

درجات الحرية	كا² (٠,٧٥)	كا² (٠,٦٠)	كا² (٠,٩٥)	كا² (٠,٩٧٥)	كا² (٠,٩٩)	كا² (٠,٩٩٥)
٢١	١٦,٣	١٣,٢	١١,٦	١٠,٣	٨,٩٠	٨,٠٣
٢٢	١٧,٢	١٤,٠	١٢,٣	١١,٠	٩,٥٤	٨,٦٤
٢٣	١٨,١	١٤,٨	١٣,١	١١,٧	١٠,٢٠	٩,٢٦
٢٤	١٩,٠	١٥,٧	١٣,٨	١٢,٤	١٠,١٠	٩,٨٩
٢٥	١٩,٩	١٦,٥	١٤,٦	١٣,١	١١,٥٠	١٠,٥٠
٢٦	٢٠,٨	١٧,٣	١٥,٤	١٣,٨	١٢,٢٠	١١,٢٠
٢٧	٢١,٧	١٨,١	١٦,٢	١٤,٦	١٢,٩٠	١١,٨٠
٢٨	٢٢,٧	١٨,٩	١٦,٩	١٥,٣	١٣,٦٠	١٢,٥٠
٢٩	٢٣,٦	١٩,٨	١٧,٧	١٦,٠	١٤,٣٠	١٣,١٠
٣٠	٢٤,٥	٢٠,٦٠	١٨,٥	١٦,٨	١٥,٠٠	١٣,٨٠

ملحوظة :

يستخدم جدول المنحنى المعتدل عندما تكون درجات الحرية أكبر من ٣٠.

المتغير ($\sqrt{٢كا^{٢}}$ – $\sqrt{٢ن - ١}$) يتوزع توزيعاً معتدلاً عيارياً.

مثال :

$كا^{٢}_{(٠,٦٠ ، ١٥)}$ = ٨,٥٥

$كا^{٢}_{(٠,٩٩ ، ٣٠)}$ = ١٥

المراجع

١- إبراهيم وجيه محمود، محمود عبد الحليم منسى، البحوث النفسية والتربوية، الإسكندرية، دار المعارف، ١٩٨٣.

٢- أحمد سليمان عودة، خليل يوسف الخليل، الإحصاء للباحث فى التربية والعلوم الإنسانية، عمان الأردن، دار الفكر للنشر والتوزيع، ١٩٨٨.

٣- أحمد عبادة سرحان، صلاح الدين طلبة، مقدمة الإحصاء الاجتماعى، إسكندرية، دار الكتب الجامعية، بدون سنة.

٤- أحمد عبادة سرحان وآخرون، مقدمة الإحصاء التطبيقى، الطبعة الثانية، القاهرة، معهد البحوث والدراسات الإحصائية، ب . ن، ١٩٧٢.

٥- أحمد عبادة سرحان، مقدمة فى طرق التحليل الإحصائى، القاهرة، معهد البحوث والدراسات الإحصائية.

٦- دومنيك سالفاتور، ترجمة سعدية حافظ منتصر، سلسلة ملخصات شوم، نظريات وسائل فى الإحصاء الاقتصاد السياسى، لندن: دار ماجكجروهيل للنشر، ١٩٨٢.

٧- سمير كامل عاشور، مقدمة فى الإحصاء الوصفى، ١٩٧٨.

٨- .... ، مبادئ فى الإحصاء الوصفى التحليلى، ١٩٧٦.

٩- .... ، مبادئ فى الإحصاء التحليلى، القاهرة: معهد البحوث والدراسات الإحصائية، ١٩٧٩.

١٠- سيمور لبيشتز ، ترجمة سفيان عبد الحميد شعبان، سلسلة ملخصات شوم فى الإحصاء، لندن: ماكجوهيل للنشر، ١٩٧٤.

١١- عدنان بن ماجد عبد الرحمن برى، مبادئ الإحصاء والاحتمالات، الرياض: جامعة الملك سعود، ١٩٩١.

١٢- مختار محمود الهامشى، مقدمة طرق الإحصاء الاجتماعى، الجزء الثانى، الإسكندرية، مؤسسة شباب الجامعة.

١٣- مدنى دسوقى مصطفى، مبادئ فى نظرية الاحتمالات والإحصاء، القاهرة: دار النهضة العربية، ١٩٧٩.

١٤- الجهاز المركزى للتعبئى العامة والإحصاء، التعداد العام للسكان والإسكان، ١٩٧٦.

١٥- .... ، المؤشرات الإحصائية، إقليم الإسكندرية، مرجع رقم ٩١ - ١٢٠٠٠/ ١٩٧٨.

16- Hinkle, D. Wiersma, W. and Jurs. S. Aoolied Statistics for the Behavioral Science, Chicago: Rand – Mcnally 1969.

17- Lapin, Lawrence, Statistics Maining and Methods, N. Y., Harcowrt Brace Jovanovich, Ine., 1980.

18- Marascui;o, L. A. Statistical Methods for Behavioral Science Research, N. Y.: Mc Graw – Hill Book Company, 1971.

الفهرس

